Fiche anti-mythe
π n'est pas la constante d'Archimède

Aymeric FRANCISCO DO CARMO
Février 2025

1 Mythe collectif

Plusieurs sites et vidéos de vulgarisation scientifique présentent comment Archimède de Syracuse (287 - 212 avant J.-C.) aurait donné un encadrement du nombre π en calculant de manière approchée la circonférence d'un cercle de rayon $\frac{1}{2}$. J'en retiendrai trois exemple.

Une vidéo [1] présente sur la page du Palais de la Découverte à Paris dédiée à la salle π, présente ainsi comment Archimède a, « le premier », découvert que c'est la « même constante pi » qui « intervient dans le calcul de la circonférence et de la surface » du cercle.

Le site Wikipedia [2] fait même du nombre π « la constante d'Archimède ». Il est toutefois à noter que la partie historique de l'article prend des précautions pour limiter les anachronismes en précisant notamment que le « calcul » d'Archimède « revient à démontrer que $3 + 10/71 < \pi < 3 + 1/7$ ». La formulation choisie, « revient à », montre bien qu'il s'agit là d'une interprétation moderne du travail du savant grec qui s'écarte largement de sa pensée.

Le programme d'enseignement, de spécialité mathématiques, de première générale [3] évoque l'utilisation de « suites » pour l'« approximation de nombres réels (encadrement de π par Archimède, calcul de la racine carrée chez Héron d'Alexandrie) » (MENJ 2019, p. 6).

Finalement, tous ces exemples (notamment le dernier), ont en commun d'attribuer à la « constante d'Archimède » le statut de nombre et, en particulier, de nombre réel alors qu'il s'agit là du fruit d'une lente conceptualisation au long du XIXe siècle.

2 Source primaire

Nous ne disposons d'aucun manuscrit autographe d'Archimède. D'après Eduard Dijksterhuis (1987, p. 34), des témoignages de Héron, Pappus ou Théon d'Alexandrie semblent indiquer que ses travaux étaient étudiés à Alexandrie entre les IIIe et IVe siècles et qu'ils étaient plus étendus que ceux dont nous avons connaissance aujourd'hui. Il est probable qu'une partie de ses manuscrits aient été détruits dans l'incendie de la Grande Bibliothèque d'Alexandrie en 391.

L'œuvre d'Archimède a cependant fait l'objet de nombreuses traductions, compilations et commentaires. L'une des plus anciennes compilations est un manuscrit grec produit au Xe siècle. Perdu au XVIe siècle, des copies et traductions (latines en particulier) circulent entre le XIIe et le XVIe siècle au cours duquel les premières éditions imprimées, en latin, sont apparues. C'est finalement ce texte qui est demeuré la source essentielle des éditions des travaux d'Archimède jusqu'au début du XXe siècle (Dijksterhuis 1987, p. 36-42).

1. La vidéo est présente dans la section « Quelle est l'histoire du nombre π » du site https://www.palais-decouverte.fr/fr/explorer-nos-contenus/cabinet-de-curiosites-mathematiques/le-nombre-pi consulté le 07/01/2025. Le passage qui mentionne Archimède se situe entre 1'05 et 1'42.

2. On se réfère ici à l'article « Pi » du site Wikipedia : https://fr.wikipedia.org/wiki/Pi consulté le 07/01/2025

3. Les programmes de mathématiques publiés en 2019, qui s'inscrivent dans le contexte de réforme du lycée, ont introduit des items d'« histoire des mathématiques » à caractère incitatif plus que prescriptif pour les enseignants.

On peut interroger les effets de ces compilations et traductions successives sur l'authenticité des textes d'Archimède, comme pour de nombreux textes antiques, que nous lisons aujourd'hui : sont-ils bien conformes à la pensée du savant grec ? Le traité, *De la mesure du cercle*, dont nous disposons est, par exemple, une partie incomplète qui nous est parvenue d'un traité plus étendu d'Archimède qui porte la marque de compilateurs successifs (Rashed 2024, p. 154).

La source que je présente est *La mesure du cercle*, extraite des *Œuvres d'Archimède* publiées en 1807 par François Peyrard. Il s'agit de la première traduction en français[4] des travaux d'Archimède, à partir des éditions latines imprimées du XVI[e] siècle (Legrand 1891, p. 30). Cette édition, bien que dépassée par de plus récentes, reste une référence pour l'étude de l'œuvre du syracusain. Je donne donc, ci-après, l'intégralité des trois propositions *De la mesure du cercle* que nous connaissons[5] (Archimède 1807, p. 116-118) :

1. Un cercle quelconque est égal à un triangle rectangle dont un des côtés de l'angle droit est égal au rayon de ce cercle, et dont l'autre côté de l'angle droit est égal à la circonférence de ce même cercle.
2. Un cercle est au quarré construit sur son diamètre, à très peu de chose près, comme 11 est à 14.
3. La circonférence d'un cercle quelconque est égale au triple du diamètre réuni à une certaine portion du diamètre, qui est plus petite que le septième de ce diamètre, et plus grande que les $10/71^e$ de ce même diamètre.

3 Interprétations possibles de la source primaire et éléments de remise en cause du mythe collectif

Un lecteur moderne pourra alors conclure de cette dernière proposition, comme évoqué dans la première partie, que $3 + \frac{10}{71} < \pi < 3 + \frac{1}{7}$ (d'autant plus directement qu'on envisagera qu'Archimède considère un cercle de diamètre 1) et ajouter qu'il s'agit d'une « bonne » approximation de π « pour l'époque », « à deux décimales près ».

En revanche, si on analyse l'ensemble du traité tel qu'il nous est parvenu :
• Il apparait d'abord que pour son raisonnement, Archimède se place dans « un cercle quelconque », pas dans un cercle de rayon $\frac{1}{2}$ comme on le lit souvent.
• On note également qu'il n'est jamais fait mention au nombre π (que ce soit dans l'énoncé ou dans la preuve qui suit dans le texte de Peyrard).
• Il est question, dans la proposition 2, d'une proportion au sens euclidien, donc entre grandeurs ; mais pas d'un rapport de nombres ni d'un « coefficient de proportionnalité » qui serait le nombre π.

La mesure du cercle s'inscrit finalement dans la tradition des traités géométriques de la Grèce antique, dont les *Éléments* d'Euclide sont un représentant célèbre. Les trois propositions traitent d'une quadrature et d'une rectification approchée du cercle. C'est-à-dire la comparaison en aire entre le cercle[6] et le carré[7] ; puis la comparaison en longueur entre la circonférence du cercle et

4. Accessible en ligne : https://remacle.org/bloodwolf/erudits/archimede/oeuvresintro.htm, consulté le 15/01/2025.

5. Le traité écrit par Archimède contenait vraisemblablement une étude de l'approximation du rapport d'un arc à sa corde (Rashed 2024, p. 155).

6. Un cercle désigne pour Archimède la surface de ce que nous appelons aujourd'hui un disque

7. Le carré est utilisé comme représentant unique de toutes les figures dans la géométrie euclidienne. L'enjeu

son diamètre. Il est ainsi important de remarquer qu'Archimède manipule des grandeurs (aire et longueur) qui ne sont pas associées à des nombres pour les mesurer. En effet, le « triple du diamètre réuni à une certaine portion du diamètre » désigne, par exemple, une opération sur des lignes (le diamètre est pris comme segment unité ici) et pas sur des nombres.

Martine Bühler (2022, p. 87) explique que c'est en fait la combinaison d'une proposition euclidienne : « Les cercles sont entre eux comme les quarrés de leurs diamètres » (Proposition 2, Livre XII), et de la Proposition I de *La mesure du cercle* qui permet d'unir dans une même proportion l'aire, la circonférence et le diamètre du cercle (donc des grandeurs hétérogènes). Donner à ce rapport le nom de π et en attribuer la découverte à Archimède relève donc d'une construction *a posteriori* de l'historiographie des mathématiques qui participe à établir la dimension mythique du savant illustre.

4 Sources secondaires pour aller plus loin

• Dans un souci de déconstruction de ce mythe dans les classes de mathématiques, l'article de Martine Bühler (2022), paru dans un bulletin de l'APMEP[8], donne des pistes d'études de la méthode d'Archimède, dans l'esprit du programme d'enseignement de la spécialité mathématiques en première générale évoqué, en prenant garde à replacer la pensée d'Archimède dans le contexte de la géométrie antique.

• Evelyne Barbin (2007) montre comment l'enseignement moderne des mathématiques (et donc une partie de son historiographie) a contribué à la « numérisation » des grandeurs géométriques. Ce texte, destiné à des enseignants, permet d'appréhender les modes de raisonnement des géomètres de la Grèce antique en s'intéressant à l'« arithmétisation des grandeurs » sans recourir à la numération.

• L'article de Roshdi Rashed (2024) donne une autre source (dont il donne une traduction), médiévale, du traité *De la mesure du cercle* issue du monde arabe. Il y expose des divergences avec le texte grec qui a fait autorité dans le monde occidental jusqu'au début du XXᵉ siècle.

• Dans *Archimède : le canon du savant* (Serres 1997, p. 101-127), Michel Authier retrace l'histoire et l'historiographie qui entoure la personnalité légendaire d'Archimède et dans *L'un est l'autre : pour une histoire du cercle* (Serres 1997, p. 129-149), Catherine Goldstein , présente une histoire de la mesure du cercle en la replaçant dans le contexte de la pensée des différentes civilisations étudiées.

• L'histoire de la trigonométrie présentée par Glen Van Brummelen (2021, p. 137 et p. 165-166), montre que l'enjeu d'introduire un symbole (π) pour désigner la circonférence du cercle unité et de calculer un grand nombre de ses décimales n'apparaît qu'au début du XVIIIᵉ siècle avec le calcul infinitésimal et le développement en série des fonctions trigonométriques.

5 Fonctions sociales du mythe collectif

Comme je l'ai déjà évoqué, le mythe d'Archimède calculant des valeurs approchées de π s'inscrit dans une historiographie des mathématiques qui cherche à voir une certaine permanence de concepts modernes à travers l'histoire. L'enseignement des mathématiques joue un

de quadrature (construire un carré de même aire) des figures est donc essentiel. La proposition 14 du livre II des *Éléments* permet ainsi de quarrer n'importe quelle figure rectiligne

8. Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

rôle important dans ce processus en attribuant régulièrement à des savants illustres des notations, des concepts ou des pensées à l'aune de nos connaissances actuelles, occultant ainsi un changement de paradigme dans la manière de penser les grandeurs ou les proportions depuis la conceptualisation des nombres réels à la fin du XIXe siècle notamment.

Dans le cas d'Archimède, cet usage est exacerbé par la légende qui entoure la vie et la mort du savant grec initiée il y a plusieurs siècles par Cicéron, Vitruve et Plutarque et qui est révélatrice de notre rapport à la science et aux savoirs de la Grèce antique en particulier. On retient d'abord l'image du savant à part qui se jette nu hors de son bain en s'écriant « *Eurêka!* », symbole du langage sacré de la science. On retrouve également la figure du génial ingénieur qui défendit seul Syracuse, en incendiant les navires romains à l'aide de ses miroirs ardents, lors du siège de la ville en 213 avant J.-C. Enfin, son assassinat par un soldat romain, incapable de lui laisser le temps de finir de tracer une figure avant d'obéir, donne sa dimension mythique au personnage. Le soldat, en mettant un terme à la pensée d'Archimède, a rendu inaccessible aux hommes la compréhension des mécanismes de la nature. Cet épisode symbolise finalement la mort de la pensée grecque fondée sur l'abstraction et la recherche d'une connaissance théorique :

> Cette scène est à l'image de ce que les Romains vont faire de la science grecque : une caisse à outils. [...] les Latins ont une conception pratique de la science et, ne pouvant en adopter la démarche purement heuristique, ils en sont réduits à appliquer dans le concret les découvertes déjà faites par les grecs. (Courrént 2008, p. 8)

Enfin, le fétichisme et le mysticisme qui entoure le nombre π dans l'imaginaire collectif tant dans les quêtes qu'il suscite (recherche de régularité dans ses décimales, calculs infinis qui sont parfois l'œuvre d'une vie ...) que dans l'harmonie dont il est sensé témoigner, montrent le caractère ésotérique que les sociétés attribuent souvent aux mathématiques.

Références

ARCHIMÈDE (1807), *Oeuvres d'Archimède*, François PEYRARD (éd.), trad. par François PEYRARD, Paris, François Buisson, Libraire-Editeur.

BARBIN Evelyne (2007), « L'arithmétisation des grandeurs », *Repères-IREM*, n° 68, p. 5-20.

BÜHLER Martine (2022), « Archimède et la mesure du cercle », *Bulletin de l'APMEP*, n° 543, p. 84-87.

COURRÉNT Mireille (2008), « Eurêka, eurêka. Archimède et la naissance de la mythologie de la science », *Pallas. Revue d'études antiques*, n° 78, p. 169-183.

DIJKSTERHUIS Eduard Jan (1987), *Archimedes*, trad. par C DICKSHOORN, Princeton, N.J, Princeton University Press.

LEGRAND Adrien (1891), « Le traité des corps flottants d'Archimède. Traduction nouvelle », *Journal de Physique Théorique et Appliquée*, t. 10, n° 1, p. 437-457.

MENJ (2019), *Programme d'enseignement de mathématiques de la classe de première générale, spécialité mathématiques*, eduscol, `https://eduscol.education.fr/1723/programmes-et-ressources-en-mathematiques-voie-gt`.

RASHED Roshdi (2024), « La version arabe de la *Mesure du cercle* D'Archimède », *Arabic Sciences and Philosophy*, t. 34, n° 2, p. 153-185.

SERRES Michel (réd.) (1997), *Eléments d'histoire des sciences*, In extenso, Paris, Larousse.

VAN BRUMMELEN Glen (2021), *The Doctrine of Triangles*, Princeton University Press, Princeton & Oxford.