CAHIERS FRANÇOIS VIETE

Série II - N°8-9

2016

Entre Ciel et Mer

Des observatoires pour l'enseignement de l'astronomie,
des sciences maritimes et le service de l'heure,
en France et en Europe,
de la fin du XVIIIe au début du XXe siècle :
institutions, pratiques et cultures

sous la direction de
Guy Boistel et Olivier Sauzereau

Centre François Viète
Épistémologie, histoire des sciences et des techniques
Université de Nantes

Imprimerie Centrale de l'Université de Nantes
Septembre 2016

SOMMAIRE

Troisième partie – Astronomie nautique, observatoires navals et service de l'heure en France et en Europe au cours du XIX^{e} siècle

Cahiers François Viète, série II, 8-9, pp. 105-135

De la prédiction des marées : entre calcul, observations et mécanisation (1831-1876)

Marie-José Durand-Richard*

Résumé
La prédiction des marées concerne tout autant les problèmes concrets associés à la navigation que la représentation scientifique de ce phénomène. Longtemps séparés, ces deux aspects ont pu être réunis après les travaux fondateurs d'Isaac Newton, notamment, puis par la théorie de Pierre-Simon de Laplace qui offrait enfin les moyens de préciser les conditions de validité de la théorie newtonienne par l'observation des variations de hauteurs des marées dans les ports. Dans les années 1830, l'invention du marégraphe auto-enregistreur va modifier considérablement les conditions d'observation du régime des marées. Son installation dans les principaux ports donne lieu à une systématisation des relevés, dont l'enregistrement et la lecture graphique soutiennent l'étude expérimentale de certains phénomènes locaux. Cette invention intervient dans la même décennie au Royaume-Uni et en France, où elle va produire des développements très différents, tant pour des raisons épistémologiques qu'institutionnelles, jusqu'à des historiographies qui aujourd'hui s'ignorent en grande partie l'une l'autre de part et d'autre de la Manche. La présente étude vise à contextualiser les conséquences de l'installation de ce nouvel instrument dans chacun des deux pays, en examinant comment interagissent les différents acteurs concernés – astronomes, mathématiciens, ingénieurs hydrographes, officiers de marine – au sein des institutions où ils travaillent.

La prédiction des marées concerne tout autant les problèmes concrets – aux implications économiques et politiques – associés à la navigation que la représentation scientifique de ce phénomène[1]. Ces deux aspects ont

---

* Chercheure associée au Laboratoire Sciences, Philosophie, Histoire (SPHERE), Université Paris-Diderot, professeur des universités à la retraite.

[1] Ce travail s'inscrit dans le projet ANR « Histoire des tables numériques » (2009-2013) coordonné par Dominique Tournès (SPHERE). Il est issu d'un premier type d'interrogations visant à combler le vide historiographique qui sévit dans de nombreux ouvrages classiques sur l'histoire de l'informatique, concernant le développement de la mécanisation du calcul entre la « machine analytique » de Charles Babbage (1791-1871) et l'ordinateur. Il a déjà fait apparaître l'importance des instruments et machines analogiques d'intégration, ainsi que le rôle des

longtemps été abordés séparément, dans des milieux relativement imperméables l'un à l'autre. Pendant de nombreux siècles, les prédictions se sont appuyées sur des observations locales et des approximations empiriques, sans disposer pour autant d'explications causales satisfaisantes au-delà de l'hypothèse d'une influence de la Lune. Après quelques tentatives au XVIIe siècle, dont celles de Képler, Wallis, Galilée et Descartes – dont il ne sera pas question ici[2] –, Isaac Newton (1642-1727) a mobilisé sa théorie de la gravitation pour rendre compte du mouvement des marées, à partir du problème des trois corps, combinant les influences respectives de la Lune et du Soleil sur la Terre et sur l'Océan. La confrontation entre approche astronomique et observations devient une question cruciale au XVIIIe siècle, mettant à l'épreuve aussi bien la théorie des marées que la théorie de la gravitation elle-même. En 1738, l'Académie des sciences lance un prix récompensant l'étude du flux et du reflux de la mer (1738-1740), qui conduit notamment aux premières tables de marée (1740) de Daniel Bernoulli (1700-1782). En fournissant une conception dynamique et un traitement analytique du problème, la *Mécanique Céleste* de Pierre-Simon de Laplace (1748-1827) offre les moyens de préciser les conditions de validité de la théorie newtonienne dans les ports. Elle va servir de cadre aux développements de la prédiction des marées pour les deux siècles à venir. Des campagnes d'observation soutiennent alors le travail de théorisation, appuyées par l'installation d'observatoires maritimes et d'instruments spécialisés. Elles permettent de déterminer les constantes qui interviennent dans la résolution des équations différentielles du mouvement.

Dans les années 1830, l'invention du marégraphe auto-enregistreur modifie considérablement les conditions d'observation du régime des marées, puisqu'il donne en continu la connaissance de la hauteur d'eau à toute heure du jour et de la nuit. Son installation dans les principaux ports donne lieu à une systématisation des relevés, dont l'enregistrement et la lecture graphique soutiennent l'étude expérimentale de certains phénomènes locaux. Cette invention intervient dans la même décennie au Royaume-Uni et en France, où elle va produire des développements très différents, tant pour

---

ingénieurs dans leur développement. Cette publication a été précédée de plusieurs exposés introductifs au séminaire d'histoire des mathématiques de SPHERE. Elle a bénéficié des précieuses remarques de Frédérique Plantevin (IREM, Brest), d'Irène Passeron (Observatoire de Paris), d'Olivier Sauzereau (Centre François Viète, Nantes) et Nicolas Pouvreau (SHOM, Brest), que je tiens à remercier tout particulièrement. Durand-Richard, 2010, « Planimeters and Intergraphs… ». Voir la bibliographie de ce chapitre.

[2] Cartwright David E., 1999, *Tides, A Scientific Hist*ory, Cambridge University Press, p. 25-34.

des raisons épistémologiques qu'institutionnelles, jusqu'à des historiographies qui aujourd'hui s'ignorent en grande partie l'une l'autre de part et d'autre de la Manche. La présente étude vise à contextualiser les conséquences de l'installation de ce nouvel instrument dans chacun des deux pays, en examinant comment interagissent les différents acteurs concernés – astronomes, mathématiciens, ingénieurs hydrographes, officiers de marine – au sein des institutions où ils travaillent.

En Grande-Bretagne, des convergences se mettent en place dès l'invention du marégraphe auto-enregistreur par l'ingénieur civil Henry R. Palmer (1795-1844) en 1831. Coordonnées par la *Royal Society* et la *British Association for the Advancement of Science*, elles associent les observations obtenues aux recherches en astronomie physique de John W. Lubbock (1803-1865), et conduisent William Whewell (1794-1866) à élaborer des lois empiriques relatives à la propagation des marées. Dans la seconde moitié du siècle, ces convergences déboucheront sur la construction de deux importantes machines, l'analyseur harmonique et le prédicteur de marées, sous la direction de William Thomson (1824-1907), le futur Lord Kelvin. Toutes deux se répandront mondialement au XX^e^ siècle, sous des formes diverses, la plupart des modèles du prédicteur de marées étant d'ailleurs produite par la firme *Kelvin and White Ltd* à Glasgow, devenue *Kelvin, Bottomley and Baird*, sous la direction du *Liverpool Tidal Institute*.

En France, l'invention du marégraphe auto-enregistreur est le fait d'un ingénieur hydrographe Antoine M. Chazallon (1802-1872), dont David E. Cartwright, dans son ouvrage pourtant remarquable, *Tides, A Scientific History*, ne fait que citer incidemment le nom[3]. Pourtant, Chazallon fait date en France : il publie en 1839 le premier *Annuaire des marées des côtes de France*, et établit, autour du marégraphe auto-enregistreur, un réseau de stations d'observation sur les côtes de France et des colonies. Dès 1837, Chazallon présente à l'Académie des sciences une méthode des harmoniques pour la prédiction des marées, à laquelle les hydrographes continuent de se référer au XX^e^ siècle, tout en achetant les prédicteurs de marées en Grande-Bretagne. Si Chazallon est soutenu à l'Académie des sciences par François Arago (1786-1853), directeur des observations à l'Observatoire de Paris pour le Bureau des longitudes, il semble que les relais institutionnels et les

[3] *Ibid.*, p. 66. David E. Cartwirght publiera cependant un court article biographique sur Chazallon en 2003. Par contre, les sites Web relatifs à la prédiction des marées en France ne parlent que de Chazallon, et les documents consultés au SHOM (Service Hydrographique et Océanographique Maritime) à Brest, notamment les fiches d'observations pré-imprimées des différents ports des colonies françaises, ne se réfèrent qu'à la méthode de Laplace-Chazallon.

moyens financiers aient manqué de continuité en France pour installer des relations suivies avec l'industrie concernant la prédiction des marées.

Il s'agit donc ici de restituer l'état des collaborations entre mathématiciens, ingénieurs et hydrographes, afin d'analyser les différentes modalités de développement du programme laplacien de prédiction des marées dans chacun de ces deux pays, sans négliger les contacts individuels alors existants entre les acteurs eux-mêmes de part et d'autre du *Channel*.[4]

Newton et la théorie statique des marées

Le flux et le reflux de la mer ont été observés de longue date. Le mouvement le mieux identifié, en tous cas sur nos côtes, est celui des deux marées quotidiennes, ou marées semi-diurnes. Il existe cependant des systèmes de marées bien différents, mieux connus aujourd'hui, et déjà repérés au XVIIe siècle : Newton note déjà qu'au Tonkin ne se manifeste qu'une marée diurne, ce dont il rend compte en envisageant l'interférence des deux courants de marée parvenant des océans Indien et Pacifique[5].

L'influence de la Lune est certes constatée depuis longtemps, mais aucune explication physique causale n'en est fournie. Quant à la quantification du mouvement des marées, elle est d'abord essentiellement empirique, et concerne avant tout les praticiens, qu'ils soient navigateurs ou portuaires. La règle de Abbot[6] permet ainsi, depuis le XIIIe siècle, de trouver l'heure des prochaines marées hautes à partir de l'heure de la marée haute du jour de la Pleine ou de la Nouvelle Lune, en ajoutant 48 minutes à celle-ci pour chaque jour de l'âge de la Lune[7].

---

[4] Abréviations utilisées dans les notes : OC 2 pour *Œuvres Complètes*, volume 2 ; MC XIII-1 pour Pierre-Simon Laplace, *Mécanique Céleste,* livre XIII, chapitre 1 ; *Phil. Trans*. pour *Philosophical Transactions of the Royal Society* ; *BAAS* pour British Association for the Advancement of Science.

[5] Newton Isaac, *Principia*, livre III, proposition 24, p. 93-99. Laplace en reprend l'analyse dans MC IV-3, OC 2, p. 238 et MC XIII-1, OC 5, p. 163-168.

[6] Elle fut conçue par Abbot John de Wallington pour le Pont de Londres. Cartwright, 1999, *op. cit.*, p. 17, d'après Lubbock, 1837, « On the tides », p. 103.

[7] L'âge de la Lune est le nombre de jours, compté à partir de la Nouvelle Lune précédente. Ces 48 minutes (4/5 h) correspondent au fait que la Nouvelle Lune avance de 24 h sur 30 jours supposés de variation des phases de la Lune, soit 4/5 d'heure par jour.

La théorie newtonienne de la gravitation[8] impulse une modification radicale des relations entre théorie et pratique dans le travail de prédiction des marées. C'est grâce au problème des trois corps[9], appliqué à un astre attracteur, à la Terre, et à la masse liquide supposée l'entourer complètement, qu'elle rend compte du mouvement des marées, combinant les effets conjugués de l'attraction de la Lune et du Soleil. L'attraction de la Lune est la plus importante en raison de sa proximité. Elle est modulée par celle du Soleil qui, en dépit de son éloignement, exerce une influence notable en raison de sa masse. La théorie de Newton offre des éléments de quantification des phénomènes analysés, qui restent à préciser localement. Elle est en tous cas correcte dans son principe et fournit une explication causale satisfaisante au moins pour les marées semi-diurnes et leurs variations pour ce qui concerne les côtes les plus connues :

- les deux marées semi-diurnes quotidiennes suivent le mouvement de la Lune et du Soleil au-dessus et au-dessous de l'horizon ;
- les marées dépendent des phases de la Lune, c'est-à-dire des positions respectives de la Lune et du Soleil par rapport à la Terre : les marées de « syzygies » – ou vives eaux, lorsque la Terre, la Lune et le Soleil sont alignés, en conjonction (Nouvelle Lune) ou en opposition (Pleine Lune) – sont plus fortes que les marées de « quadratures » – ou mortes eaux, lorsque le Soleil et la Lune sont à angle droit par rapport à la Terre (premier et dernier quartiers de la Lune) – c'est-à-dire selon que les attractions de la Lune et du Soleil se renforcent ou se contrarient ;
- les mêmes marées de syzygies sont les plus fortes aux équinoxes et les plus faibles aux solstices[10].

Cette théorie newtonienne s'appuie sur des hypothèses très générales. Supposant que la mer est un anneau liquide entourant toute la Terre, elle néglige tout un ensemble de phénomènes marqués par l'absence de régularité, comme la force des vents, la forme des côtes et la profondeur des fonds. Et surtout, elle est une théorie statique, qui suppose la mer en équilibre à chaque instant sous l'action des astres attracteurs, sans tenir compte de l'inertie de cette masse liquide par rapport au mouvement de rotation de la Terre. Ainsi, elle ne tient compte que des forces verticales qui

[8] Newton développe sa théorie des marées dans les *Principia*, livre I, proposition 66, corollaire 19, et au livre III, propositions 36 et 37, ainsi que dans leurs corollaires. Laplace les commente dans MC XIII-1, OC 5.
[9] C'est également grâce à cette théorie des trois corps que Newton étudie les perturbations de l'orbite de la Lune dues à l'attraction du Soleil, jetant les bases de la « théorie de la Lune ».
[10] Cartwright, 1999, *op. cit.*, p. 35-44. Laplace, MC XIII-1, OC 5, p. 164-167.

s'exercent sur les molécules d'eau. En conséquence, certaines inégalités entre les marées restent non expliquées, comme les grandes différences d'amplitude entre les marées de certains ports[11], et l'âge de la marée – c'est-à-dire le retard de la pleine mer sur les syzygies – sans compter des phénomènes plus locaux. Qui plus est, sur certains points, la théorie et les observations ne concordent pas, comme dans le cas de l'inégalité diurne entre deux marées hautes successives, à laquelle Newton accorde une plus grande amplitude que celle constatée lors des observations locales.

Au cours du XVIII[e] siècle, qui constitue pour la théorie newtonienne une véritable mise à l'épreuve de son adéquation avec les faits observés ou nouvellement pris en compte[12], l'étude des marées va s'appuyer sur des observations plus systématiques, distinctes de celles des marins, et coordonnées très tôt par les Académies. Ces campagnes d'observations, pour être menées à bien, exigent régularité et précision. Elles supposent des conditions matérielles et humaines de réalisation qui mettent du temps à se mettre en place dans les ports. En dehors des périodes, limitées dans le temps[13], où elles sont contrôlées par un astronome, il est difficile d'en obtenir précision et régularité, par manque[14] de personnel compétent et vigilant. Relever l'heure de la marée haute ou de la marée basse[15] – c'est-à-dire d'un *extremum* – n'est pas si simple et requiert un apprentissage, en général celui du calcul d'une moyenne entre les instants qui encadrent d'assez près cet *extremum*. Au plan théorique, les débats qui opposent les tenants de la théorie des tourbillons de Descartes à ceux de la théorie gravitationnelle de

---

[11] Par exemple Plymouth et Bristol. Cartwright, 1999, *op. cit.*, p. 41.

[12] Ferguson Allan, 1972, *Natural Philosophy through the 18th century,* Londres, Taylor & Francis Ltd.

[13] En Grande-Bretagne, de telles campagnes ont été organisées par la Royal Society (1666-1670), puis sous la direction des astronomes royaux James Flamsteed (1646-1719) en 1681, Edmund Halley (1656-1742) en 1701, Nevil Maskelyne en 1761-62, enfin par les maîtres des docks à Liverpool (1774-1792) et à Londres (1806-1822). En France, elles ont été menées sous l'égide de l'Académie royale des sciences, d'abord à Brest par l'Abbé Jean Picard (1620-1682) et Philippe De La Hire (1640-1718) en 1679 à l'occasion de leurs mesures géodésiques, puis dans les principaux ports français par les professeurs d'hydrographie à partir de 1701 – observations que Jacques Cassini (1677-1756) analysera en continuant à se référer à la théorie des tourbillons de Descartes –, enfin dans les principaux ports français et autour du monde par Jérôme Lalande (1732-1807) dans la décennie 1770, jusqu'à celles lancées à Brest pour une période de dix-neuf ans par Laplace en 1806.

[14] Cartwright, 1999, *op. cit.*, p. 52.

[15] Relever la hauteur de la marée haute et de la marée basse est une opération plus simple, grâce aux échelles de marée qui commencent à être installées dans les ports, mais qui requièrent cependant une attention soutenue.

Newton[16] conduisent l'Académie royale des sciences à proposer un prix en 1738 pour un travail sur « Le flux et le reflux de la mer ». Il sera remporté conjointement par quatre auteurs[17] en 1740, dont trois s'appuient sur la théorie newtonienne : Colin Maclaurin (1693-1746), Leonhard Euler (1707-1783) et surtout Daniel Bernoulli (1700-1782) dont le travail analytique vise explicitement à harmoniser le régime de marées décrit par l'observation et celui obtenu par la théorie. Les tables de marée qui l'accompagnent constituent la première avancée notable depuis la règle de Abbot, et sont assez fiables pour les côtes où les marées semi-diurnes sont prédominantes[18].

Dans ce contexte, la prédiction des marées est donc investie d'un rôle paradigmatique majeur dans les discussions académiques relatives à la validité de la théorie gravitationnelle pour la philosophie naturelle. Elle se trouve également au cœur d'enjeux politiques importants entre la France et la Grande-Bretagne pour la maîtrise des océans, enjeux qui se manifestent explicitement au moment de la Guerre de Sept Ans (1756-1763)[19].

La théorie dynamique des marées de Laplace

Au tournant du XIXe siècle, sur les traces d'Euler et de Bernoulli, Pierre-Simon de Laplace (1749-1827), dans son imposante *Mécanique Céleste* (1799-1823), produit une théorie cette fois dynamique des marées. Elle s'appuie sur la théorie de Newton, mais tient compte en outre de l'effet de la rotation de la Terre sur les particules d'eau, introduisant de fait la force ultérieurement dite « de Coriolis », dirigée horizontalement[20]. Laplace offre du problème des marées, « le plus épineux de toute la *Mécanique Céleste* », un

---

[16] Au début du XVIIIe siècle, les tenants de la philosophie mécaniste contestent l'idée d'une action à distance qu'ils appréhendent comme un retour à des spéculations métaphysiques.

[17] Cartwright, 1999, *op. cit.*, p. 44-49.

[18] Bernoulli Daniel, 1752, « Traité sur le flux et le reflux de la mer », Pièce n°VII du *Recueil des pièces qui ont remporté le prix de l'Académie Royale des Sciences, tome IV (pièces depuis 1738 jusqu'en 1740),* Paris, Martin & Coignard & Guérin & Jombert, p. 55-191.

[19] Le texte récemment publié de Jean-Baptiste Denoville conservé à la bibliothèque municipale de Rouen.

[20] Si l'ingénieur et académicien Gaspard-Gustave de Coriolis (1792-1843) a effectivement explicité l'importance de cette force en 1835 dans son article « Sur les équations du mouvement relatif des systèmes de corps », Laplace la prend en compte dès 1777 dans ses « Recherches sur plusieurs points du système du monde ».

traitement analytique sur lequel il revient à plusieurs reprises[21] de 1777 à 1823.

Partant de l'équation générale de l'équilibre d'un fluide en mouvement, et de la condition de continuité de ce fluide, Laplace obtient, dans le cas des oscillations d'une masse fluide recouvrant un sphéroïde en rotation, les équations différentielles du mouvement d'une molécule *dm* de la mer sollicité par l'attraction d'un astre L, qu'il applique successivement à la Lune et au Soleil. Comme il le rappelle en 1823 : « Je déterminai ces diverses oscillations, exactement dans les cas où cela se peut, et par des approximations très convergentes dans les autres cas »[22].

Au livre IV, chapitre I de la *Mécanique Céleste,* en désignant par αy, αu et αv les variations respectives de la hauteur, de la co-latitude et de la longitude d'une molécule d'eau à partir de sa position à la surface d'équilibre de la mer, – α étant un très petit coefficient –, Laplace présente les équations générales du mouvement de la mer sous la forme :

(1) $$y = -\frac{\partial \gamma u}{\partial \theta} - \frac{\partial \gamma v}{\partial \varpi} - \frac{\gamma u \cos\theta}{\sin\theta}$$ condition de continuité du fluide

(2) $$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - 2n\frac{\partial v}{\partial t}\mu\sqrt{1-\mu^2} = g\frac{\partial y}{\partial \mu}\sqrt{1-\mu^2} - \frac{\partial V'}{d\mu}\sqrt{1-\mu^2}$$

(3) $$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + 2n\frac{\partial u}{\partial t}\frac{\mu}{\sqrt{1-\mu^2}} = -\frac{g\frac{\partial y}{\partial \varpi}}{1-\mu^2} + \frac{\frac{\partial V'}{\partial \varpi}}{1-\mu^2}$$

où *g* est la profondeur de la mer, θ la co-latitude de la molécule d'eau, ϖ sa longitude, *nt* le moyen mouvement de rotation de la terre, avec $\mu = \cos \theta$. S'il a déjà obtenu ces équations sous une autre forme dans ses « Recherches sur plusieurs points du système du monde », il les analyse ici en ayant recours – bien qu'il ne la nomme pas comme telle – à la fonction potentiel V'. associée à l'ensemble des forces qui s'exercent sur la molécule d'eau. Son développement en somme de puissances de $1/r$, sous la forme :

---

[21] Laplace, 1777 et 1778, « Recherches sur plusieurs points … » I et II, OC 9, p. 71-310 ; 1790, « Mémoire sur le flux… », OC 12, p. 3-126, MC, I-1 à IV-4, OC 2, p. 183-309 et MC XIII-1 à XIII-3, OC 5, p. 163-268.

[22] Laplace, MC XIII-1, OC 5, p. 173.

$$\frac{\alpha Z^{(0)}}{r}+\frac{\alpha Z^{(2)}}{r^3}+\frac{\alpha Z^{(3)}}{r^4}+\frac{\alpha Z^{(4)}}{r^5}+\ldots\ldots$$

permet de ramener la recherche des solutions à la résolution de l'équation aux différences partielles :

$$0=\frac{\partial}{\partial\mu}\left[\left(1-\mu^2\right)\frac{\partial Z^{(i)}}{\partial\mu}\right]+\frac{1}{1-\mu^2}\frac{\partial^2 Z^{(i)}}{\partial\varpi^2}+i(i+1)=0$$

ultérieurement connue sous le nom d'équation des coefficients de Laplace[23].

En limitant le développement précédent à trois termes, Laplace décompose l'expression de V' en trois termes notés (1) à (3) ci-dessous :

$$V'=\frac{3L}{2r^3}\left\{\left[\cos\theta\sin\nu+\sin\theta\cos\nu\cos(nt+\varpi—\psi)\right]^2—\frac{1}{3}\right\}$$

$$\frac{L}{4r^3}\left(\sin^2\nu—\frac{1}{2}\cos^2\nu\right)(1+3\cos2\theta) \qquad (1)$$

$$\frac{3L}{r^3}\sin\theta\cos\theta\sin\nu\cos\nu\cos(nt+\varpi-\psi) \qquad (2)$$

$$\frac{3L}{4r^3}\sin^2\theta\cos^2\nu\cos2(nt+\varpi—\psi) \qquad (3)$$

où L et r sont respectivement la masse et la distance de l'astre attracteur au centre de la Terre, ν sa déclinaison, et ψ son ascension droite. Il en

---

[23] La fonction potentiel ne figure pas dans les « Recherches… » de 1777 et 1778, OC IX, p. 71-310. Laplace utilise ici les résultats qu'il a obtenus dans son mémoire de 1782, « Théorie des attractions des sphéroïdes et de la figure des planètes », OC, 10, p. 339-419, inspiré d'un mémoire de Legendre présenté la même année. Il l'introduit sans la nommer comme telle dans MC II-1, § 11, p. 152-153. Dans MC III-1, il établit l'équation de Laplace en coordonnées sphériques, l'équation des coefficients de Laplace, et la condition d'orthogonalité des termes du développement de V'. Et il présente son recours systématique aux séries dans MC III-2.

infère, à partir des équations du mouvement, l'existence de trois types d'oscillations :

- (1) produit une oscillation de première espèce, indépendante de la rotation de la Terre, soit une composante de marée annuelle ;
- (2) produit une oscillation de seconde espèce, qui dépend de l'angle nt, soit une composante de marée diurne ;
- (3) produit une oscillation de troisième espèce, qui dépend de l'angle *2nt*, soit un terme de marée semi-diurne.

Et ces trois types d'oscillations ont lieu à la fois pour le Soleil et la Lune.

Si Laplace peut produire des solutions dans certains cas particuliers[24], la résolution du cas général, « où la mer a une profondeur variable, surpasse les forces de l'analyse »[25]. Pour ce qui est du cas général, il fonde son analyse sur deux principes :

- le principe des oscillations forcées, énoncé comme un principe général de dynamique, selon lequel un système soumis à une force périodique oscille avec la même période que cette force : « L'état d'un système de corps, dans lequel les conditions primitives du mouvement ont disparu par les résistances qu'il éprouve, est périodique comme les forces qui l'animent ».
- le principe de superposition des petites oscillations, fondé sur la linéarité des équations différentielles, selon lequel : « Le mouvement total d'un système agité par de très-petites forces est la somme des mouvements partiels que chaque force lui eût imprimés séparément »[26].

Supposant ainsi la superposition de fonctions trigonométriques pour chaque type d'oscillations, et pour chaque astre attracteur, le Soleil de masse *L* et la Lune de masse L', Laplace parvient à une formulation très générale de l'élévation d'une molécule de la surface de la mer au-dessus de la surface d'équilibre, formulation qui cherche à englober toutes les situations locales :

[24] Notamment dans le cas d'une terre immobile, puis d'une mer de profondeur constante, puis d'une oscillation sinusoïdale simple. MC IV-1, § p. 2-10, OC 2, p. 185-210.
[25] MC IV-1, § 4, OC 2, p. 94.
[26] MC IV-1, OC 2, p. 196 et MC IV-3, OC 2, p. 231-232, MC XIII-1, OC 5, p. 175.

$$
\begin{aligned}
\alpha y = {} & \frac{(1+3\cos 2\theta)}{8g\left(1-\dfrac{3}{5\rho}\right)}\left(\frac{L}{r^3}\left(1-3\sin^2 v\right)+\frac{L'}{r'^3}\left(1-3\sin^2 v'\right)\right) \qquad (4)\\
& + A\left[\frac{L}{r^3}\sin v\cos v\cos(nt+\varpi-\psi-\gamma)+\frac{L'}{r'^3}\sin v'\cos v'\cos(nt+\varpi-\psi'-\gamma)\right]\\
& + B\frac{d}{dt}\left[\frac{L}{r^3}\sin v\cos v\sin(nt+\varpi-\psi-\gamma)+\frac{L'}{r'^3}\sin v'\cos v'\sin(nt+\varpi-\psi'-\gamma)\right]\\
& + P\left[\frac{L\cos^2 v}{r^3}\cos 2(nt+\varpi-\psi-\lambda)+\frac{L\cos^2 v'}{r'^3}\cos 2(nt+\varpi-\psi'-\lambda)\right]\\
& + PQ\frac{d}{dt}\left[\frac{L\cos^2 v}{r^3}\sin 2(nt+\varpi-\psi-\lambda)+\frac{L\cos^2 v'}{r^3}\sin 2(nt+\varpi-\psi'-\lambda)\right]
\end{aligned}
$$

où γ et λ dépendent du retard de la marée haute qui suit l'heure de passage de l'astre attracteur au méridien, pour chaque composante de marée considérée. Les constantes A, B, γ, P, Q et λ doivent être déterminées dans chaque port à partir des observations. Laplace explicite donc ici la nécessité d'avoir recours aux observations locales pour préciser les formules générales obtenues à partir de la théorie de la gravitation pour exprimer adéquatement le flux et le reflux de la mer :

> « L'irrégularité de la profondeur de l'océan, la manière dont il est répandu sur la Terre, la position et la pente des rivages, leurs rapports avec les côtes qui les avoisinent, les courants, les résistances que les eaux éprouvent, toutes ces causes, qu'il est impossible de soumette au calcul, modifient les oscillations de cette grande masse fluide. Nous ne pouvons donc qu'analyser les phénomènes généraux qui doivent résulter des attractions du Soleil et de la Lune, et tirer des observations les données dont la connaissance est indispensable pour compléter dans chaque port la théorie du flux et du reflux de la mer, et qui sont autant d'arbitraires dépendantes de l'étendue de la mer, de sa profondeur et des circonstances locales du port. »[27]

Là où Newton cherchait à ramener systématiquement les irrégularités observées dans le rythme des marées à des causes théoriques générales, Laplace établit qu'elles dépendent plutôt de ce qu'il qualifie constamment de « *circonstances accessoires* », qui doivent être analysées à partir d'observations

---

[27] *Ibid.*, MC IV-3, OC 5, p. 228.

adéquates. Dans le chapitre IV du livre IV de la *Mécanique Céleste,* il met à l'épreuve ses résultats théoriques en établissant systématiquement la réduction des données obtenues lors de la campagne de six années d'observations lancée par l'Académie des sciences au début du XVIII^{e} siècle, et publiées par Lalande[28]. Il procédera de même au livre XIII en 1823, cette fois à partir de la campagne d'observations qu'il a lui-même proposée au gouvernement en 1806, et qu'il prend en compte dans ses calculs[29] jusqu'en 1822. La stabilité des conclusions lui donne l'occasion de souligner la grande conformité de la nature avec elle-même. Contrairement aux calculs astronomiques, Laplace affirme qu'il ne peut utiliser la théorie des probabilités pour effectuer la réduction des données, car les observations des marées manquent de précision. Il ne l'utilise que pour apprécier le nombre d'observations requis afin de pallier ce manque de précision, et contenir l'erreur possible sur les résultats dans des limites données :

> « L'analyse des probabilités fournit, pour obtenir ces éléments, une méthode plus sûre encore et que l'on peut désigner par le nom de méthode la plus avantageuse […] C'est par ce procédé que M. Bouvard a construit ses excellentes tables de Jupiter, de Saturne et d'Uranus. Mais les observations des marées étant loin d'atteindre la précision des observations astronomiques, le très grand nombre de celles qu'il faut employer pour que leurs erreurs se compensent ne permet pas de leur appliquer la méthode la plus avantageuse. »[30]

Pour isoler les variations de la hauteur des marées qui ne sont dues qu'à l'action du Soleil et de la Lune, il convient d'éliminer les effets contingents perturbant les marées et les observations, en calculant des moyennes sur des cycles adéquats. Cette technique permet notamment de séparer les marées diurnes des semi-diurnes, ainsi que les marées solaires et lunaires. Laplace et Bouvard fournissent ainsi, à partir d'un relevé de 6000 observations, les tables des hauteurs et des heures de marées pour les pleines mers des syzygies équinoxiales et solsticiales, ainsi que des quadratures. Les résultats seront republiés en 1843 par le *Bureau des longitudes,* dans un compte rendu anonyme que Cartwright attribue à Chazallon :

---

[28] Cf. note 13.

[29] Laplace a initialement planifié ces observations afin qu'elles couvrent un cycle de dix-neuf ans, période qui correspond à la période nodale de la Lune, c'est-à-dire à un cycle lunaire entre deux nœuds consécutifs, où l'orbite de la Lune coupe le plan de l'écliptique. Comme il l'indique plus loin, les observations se poursuivent, et sont déposées à l'Observatoire royal. Laplace, MC XIII-1, OC 5, p. 181.

[30] MC XIII-1, OC 5, p. 176-177, p. 182 et p. 187.

> « […] en considérant les hauteurs des pleines mers au-dessus des basses mers voisines, dans les syzygies et les quadratures, prises en nombre égal vers chaque équinoxe et vers chaque solstice, […] les flux indépendants de la rotation de la Terre et ceux dont la période est d'environ un jour disparaissent, ainsi que les flux produits par les variations de la distance du Soleil à la Terre. En considérant trois syzygies ou trois quadratures consécutives, et en doublant l'intermédiaire, on fait disparaître les flux que produit la variation de la distance de la Lune […]. Par ce procédé, l'influence des vents sur le résultat des observations devient presque nulle. »[31]

Et pour chaque syzygie, les calculs encadrent le jour de la pleine mer, dont l'observation montre qu'elle retarde d'environ un jour et demi sur le passage de l'astre au méridien :

> « On a pris, dans chaque syzygie, la hauteur de la pleine mer du soir au-dessus de la basse mer du matin du jour qui précède la syzygie, du jour même de la syzygie et des quatre jours qui la suivent parce que le maximum des marées tombe à peu près au milieu de cet intervalle. »[32]

La comparaison entre observations et formules suppose encore des approximations par développements en série. Et Laplace aboutit à une concordance satisfaisante entre les deux. De fait, s'il est admis que le traitement analytique que donne Laplace de l'analyse des marées fixe le cadre théorique dans lequel vont s'exprimer toutes les recherches des deux siècles à venir, il est flagrant qu'il insiste bien davantage dans son propos sur la confirmation qu'apporte cette analyse aux observations astronomiques et à la théorie de la gravitation[33], qu'à l'outil qu'elles représentent pour la prédiction des marées. Sa détermination de leurs composantes semi-diurnes, diurnes et annuelles marque également le début d'une analyse harmonique qui ne dit pas encore son nom[34]. Quant aux observations, si elles sont devenues plus systématiques du fait même des besoins de la théorie, elles sont encore limitées, au temps de Laplace, au relevé des heures et des hauteurs

---

[31] MC XIII-1, OC 5, p. 176.
[32] MC XIII-1, OC 5, p. 178.
[33] Dans la suite de son propos, Laplace utilise effectivement la théorie des marées et les observations pour déterminer le rapport des masses de la Lune et de la Terre, ainsi que la nutation de l'axe terrestre : MC XIII-1, OC 5, p. 179-180.
[34] Le terme sera introduit ultérieurement par Kelvin.

des marées hautes et des marées basses. Aussi bien les conditions de la réception de Laplace que l'intervention de nouveaux moyens mécaniques d'observation vont jouer un rôle déterminant dans l'évolution de la prédiction des marées au XIX^e^ siècle.

L'héritage du programme laplacien de part et d'autre de la Manche

C'est dans ce contexte de la réception et du développement du programme laplacien que se situe l'installation du marégraphe auto-enregistreur, succédant au marégraphe ordinaire dans les années 1830. Au flotteur de ce dernier, muni d'une tige renvoyant à un dispositif de lecture devant une règle graduée – l'échelle de marée – s'ajoute alors un appareil d'enregistrement, formé d'un cylindre en rotation sur lequel un stylet inscrit directement la courbe des observations sur un papier quadrillé préalablement préparé. Les conditions de sa mise en place sont radicalement différentes en Grande-Bretagne et en France.

- *En Grande-Bretagne : un projet scientifique et politique d'ambition nationale*

Au-delà de la prédiction des marées, c'est toute la *Mécanique Céleste* de Laplace qui impressionne les mathématiciens anglais. Dans la mesure où elle réconcilie les approches newtonienne et leibnizienne concernant les inégalités séculaires des planètes par le biais de l'analyse mathématique, elle induit un changement radical de point de vue vis-à-vis de la notation différentielle. Alors que celle-ci avait été massivement rejetée au profit de la notation fluxionnaire et du traitement géométrique qui structuraient l'œuvre newtonienne, elle se révèle soudain comme l'outil majeur grâce auquel Laplace peut dépasser une opposition devenue stérile entre les cofondateurs du calcul infinitésimal. L'urgence est alors d'assimiler le plus rapidement possible cet outil, et le programme laplacien tout entier. De nombreuses initiatives seront prises en ce sens, animées par un groupe de jeunes algébristes à Cambridge, depuis la *Royal Society* jusqu'aux sociétés qu'ils contribuent alors à créer pour contrebalancer le pouvoir de celles que voit fleurir le XIX^e^ siècle naissant dans les villes industrielles[35]. Nul doute que pour une

[35] De fait, la fidélité à la notation fluxionnaire et à la géométrie euclidienne concernait davantage Cambridge que d'autres lieux de savoir en Grande-Bretagne, comme l'Écosse ou l'Irlande. Et c'est bien davantage à son adéquation aux structures d'un enseignement fondé sur les valeurs du passé qu'à la querelle de priorité Newton-Leibniz qu'il faut lui attribuer une telle persistance : Durand-Richard Marie-José, 1996, « L'École Algébrique Anglaise : les conditions conceptuelles et institutionnelles d'un calcul symbolique comme fondement de la

puissance maritime telle que la Grande-Bretagne, le travail de Laplace sur les marées renforce cette urgence d'une assimilation rapide de la *Mécanique Célest*e, tant dans sa forme que dans son contenu. Soucieux de combler ce qui est alors perçu comme un retard par rapport à la France, mathématiciens et astronomes vont hâter la réception des travaux de Laplace, tout en disposant dans les nouvelles installations portuaires d'infrastructures observationnelles déjà opérantes.

La *British Association for the Advancement of Science* est effectivement créée en 1831, juste après la très sévère critique de la *Royal Society* publiée par Charles Babbage (1791-1871). Organisée dans le but explicite de promouvoir la science comme valeur unificatrice afin de combler le fossé alors existant entre le monde académique et le monde industriel, elle patronne de nombreux comités destinés à soutenir de grands projets d'envergure nationale, fondés sur des enquêtes scientifiques aux implications économiques et politiques. C'est dans cette perspective qu'elle va soutenir la recherche sur la prédiction des marées pendant presque un siècle, jusqu'à prendre en charge la publication des tables de marées. L'importance et la coordination des moyens mis en œuvre pour se réapproprier les avancées de la mécanique rationnelle par les méthodes analytiques sont ici tout à fait frappantes. Dès 1831, le banquier, astronome et mathématicien John W. Lubbock y est chargé d'établir un rapport[36] sur les moyens nécessaires à la production de nouvelles tables de marées remplaçant celles de Bernoulli, et pour tous les ports. La même année, il présente à la *Royal Society* le marégraphe auto-enregistreur de Palmer[37]. Parallèlement, Lubbock publie deux séries de mémoires dans les *Philosophical Transactions*, portant respectivement sur les marées et sur l'astronomie physique[38], et qui déboucheront sur deux ouvrages : *On the theory of the Moon and on the perturbations of the planets* en 1833 et *An Elementary Treatise on Tides* en 1839. Là où les observations de Brest intervenaient chez Laplace essentiellement pour suppléer aux insuffisances de l'analyse, celles de Liverpool (1774-1792) et de Londres (1808-1826) – sur l'ensemble d'un cycle nodal de la Lune – interviennent comme une mise à l'épreuve du travail de Laplace. L'Amirauté britannique a déjà ordonné semblable entreprise pour Woolwich, Sheerness, Portsmouth et Plymouth,

connaissance », C. Goldstein, J. Gray, J. Ritter (éd.), *L'Europe mathématique. Mythes, histoires, identités*, Paris, Éditions de la Maison des sciences de l'homme, p. 445-498.

[36] Lubbock John W., 1832, « Report on the tides », Report of the Second meeting of the BAAS, held in Oxford in 1832, p. 189-195.

[37] Palmer Henry, 1831, « Description of a Graphical Register of Tides and Winds », *Philosophical Transactions of the Royal Society,* volume 121, p. 209-214 + planches.

[38] Lubbock John W., 1831, « On the Tides » ; 1831, « Researches in Physical Astronomy » ; 1834, « On the Theory of the Moon ».

et Lubbock incite la *British Association* à y intégrer les observations des ports des côtes d'Écosse et d'Irlande, tout en précisant les moyens matériels à mettre en œuvre pour en améliorer la précision : puits de marée, flotteur, horloge, et surtout procédure d'observations du maximum et du minimum de hauteur de marée. À l'aide des calculs de J. Foss Dessiou (1790-1842) du service hydrographique de l'Amirauté, Lubbock investit l'ensemble des résultats d'observation dans la réalisation de ses tables, qui seront utilisées en Grande-Bretagne jusqu'au début du XXe siècle. La réduction des marées sur une grande échelle et les nouvelles méthodes d'analyse ont donc traversé la Manche[39]. L'entreprise change manifestement de dimension, puisque Lubbock aborde dès 1831 la question du tracé des « lignes cotidales » qui, à l'échelle du globe, relient les points où la marée haute a lieu simultanément. William Whewell (1794-1866) poursuivra cette ligne de recherches sur les lignes cotidales[40] dans une longue série de seize mémoires sur le sujet, essentiellement consacrés aux lois empiriques sur les marées, où il produit notamment une nouvelle terminologie, dont certains termes ont perduré, comme « l'âge de la marée ». Et plus de 600 observatoires sont alors installés sur les côtes de l'Atlantique Nord pour accumuler les données sur les hauteurs et les heures des marées.

- *En France : le travail personnel de Rémi Chazallon*

En France, l'analyse des marées se poursuit dans un contexte de moindre urgence, et moins marqué par la révolution industrielle. Pourtant, Antoine Marie Rémi Chazallon (1802-1872), ingénieur hydrographe de la marine, développe une analyse empirique systématique des marées qui précise les travaux de Laplace. Il joue un rôle moteur dans la prédiction des marées en France des années 1830 à 1860, et les raisons de son oubli méritent d'être interrogées. Diplômé de l'École Polytechnique en 1824, il participe à la reconnaissance des côtes de France entre 1822 et 1837, et à l'élaboration du *Pilote français*. En charge des cartes marines au Service Hydrographique du ministère de la Marine et des Colonies, il fonde l'*Annuaire des marées des côtes de France* en 1839, et met en place un réseau marégraphique conséquent, choisissant avec soin les sites d'installation et leur équipement. Le marégraphe auto-enregistreur en constitue la pièce maîtresse, visant à fournir des observations fiables, face à « l'inutilité des observations

[39] Howarth Osbert J.R., 1922, *The BAAS, a retrospect, 1831-1921,* Londres, Published by the Association, p. 174.

[40] Il inaugure notamment des observations simultanées en différents points de la côté Ouest, et de la côté Est de l'Atlantique.

actuelles dont une grande partie est inventée par les observateurs »[41] : le premier est installé à Brest, bientôt suivi par celui d'Alger en 1843 ; et en 1860, Toulon, Saint-Servan, Cherbourg, Le Havre, Rochefort et Enet (île d'Aix) en sont pourvus. Chazallon participera à la rénovation du port du Havre (1853-1856), où il investira son analyse spécifique des marées du lieu.

Il est soutenu par François Arago (1786-1853), qui est à la fois homme politique, membre de l'Académie des sciences et « Directeur des observations » à l'Observatoire de Paris — placé sous la tutelle du Bureau des longitudes, rappelons-le —, et qui a créé les *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences* en 1835. Ce soutien n'est pas moindre, mais ne suffit pas à surmonter l'inertie politique face aux besoins financiers que nécessite l'installation des marégraphes auto-enregistreurs : en 1842 par exemple, le ministère tarde à répartir les 23 000 francs pourtant alloués par les Chambres à cet effet[42]. Dans le premier numéro de l'*Annuaire,* Chazallon déplore les difficultés conceptuelles et matérielles qu'il rencontre pour obtenir des observations régulières : manque de bons observateurs et de calculateurs locaux, notamment pour obtenir l'heure de la marée haute, non pas par lecture directe, mais par une moyenne entre deux relevés d'heures pour des hauteurs équidistantes du maximum.

Outre ce travail organisationnel, Chazallon dépose à l'Académie des sciences, le 7 mars 1842, un mémoire resté inédit : « Mémoire sur les marées de côtes de France et particulièrement, sur les lois du mouvement de la mer pendant qu'elle s'élève et qu'elle s'abaisse »[43], où il montre, par des voies empiriques — graphiques et calculs —, que « l'expression analytique donnée par Laplace pour calculer les hauteurs de la mer est incomplète ». Il complètera les résultats de ce mémoire dans deux articles des *Annales Hydrographiques* de 1852, et publiera de nombreuses notes aux *Comptes Rendus,* où il confrontera ses nouveaux résultats aux idées en vigueur.

La consultation du mémoire déposé à l'Académie, accompagné d'une lettre de Chazallon à Arago[44], est particulièrement riche d'informations, car le document explicite les méthodes graphiques qu'il mobilise avant l'introduction du marégraphe auto-enregistreur, se réclamant directement de Laplace. De fait, les coefficients numériques de la formule de Laplace ont été déterminés par une longue série d'observations pour le seul port de

---

[41] En tous cas pour les autres ports que Brest. Rémi Chazallon, Lettre à Arago du 4 mars 1842, pochette de la séance de l'Académie du 7 mars 1842, Archives de l'Académie des sciences.

[42] *Ibid.*

[43] Ce mémoire a été examiné par Arago, Beautemps-Beaupré et par l'amiral Roussin.

[44] Arago est alors secrétaire perpétuel de l'Académie des sciences.

Brest, et il s'agit de préciser les conditions de validité de cette formule pour les autres ports. Pour ce faire, Chazallon élabore une méthode graphique d'analyse des courbes de marée, selon une démarche heuristique qu'il revendique :

> « Tous les résultats […] ont été obtenus sans employer de difficiles calculs, mais j'ai patiemment épié la nature et d'induction en induction, en m'appuyant ultérieurement sur le calcul, et sur l'observation, je suis remonté à la source des diverses anomalies. »[45]

Comme première étape, Chazallon montre, en examinant les relevés d'observations dans ces différents ports, que les corrections conventionnelles utilisées pour donner les heures et les hauteurs de marée des autres ports à partir de celles de Brest sont erronées, puisque ni le rapport des hauteurs, ni l'intervalle de temps qui les sépare ne demeurent constants dans la durée[46]. Les résultats sont présentés sous forme de tableaux et de graphiques, et Chazallon précise que « c'est au moyen de tableaux analogues aux précédents que j'ai effectué les calculs de l'annuaire des marées » [p. 6]. Sa méthode, essentiellement graphique, lui est directement suggérée par Laplace. Elle ne porte que sur l'analyse de la marée semi-diurne, dans la mesure où « la marée diurne est très faible sur notre littoral et d'ailleurs disparaît à l'époque des équinoxes » :

> « Concevons un cercle vertical dont la circonférence représente un intervalle de douze heures, et dont le diamètre soit égal à la marée totale, c'est-à-dire à la différence des hauteurs de la Pleine Mer et de la Basse Mer. Supposons que les arcs de cette circonférence, en partant du point le plus bas, expriment les temps écoulés depuis la

---

[45] Chazallon, Lettre à Arago du 4 mars 1842, *op. cit.*

[46] « *On admettait généralement que sur nos côtes, les marées avaient un rapport constant avec celles de Brest et que la mer s'élevait autant au-dessus d'un certain plan fixe horizontal qu'elle s'abaissait au-dessous* » et que « *pour obtenir l'heure de la Pleine Mer d'un port, il suffisait d'ajouter, à l'heure de la Pleine Mer de Brest, une constante égale à la différence des établissements des deux ports* », l'établissement d'un port étant l'heure de la pleine mer le jour de la syzygie : Chazallon Rémi, 1842, « Mémoire sur les marées de côtes de France et particulièrement, sur les lois du mouvement de la mer pendant qu'elle s'élève et qu'elle s'abaisse », Archives de l'Académie des sciences de Paris, pochette de la séance de l'Académie du 7 mars 1842, p. 1-2.

Basse Mer ; les sinus verses de ces arcs seront les hauteurs de la mer qui correspondent à ces temps. »[47]

ce que Chazallon traduit par la formule suivante :

$$y = m\left(1 - \cos\frac{2\pi t}{T}\right)$$

Dans cette équation, *y* représente la hauteur de la mer à l'instant *t*, cette hauteur étant comptée de bas en haut en partant du niveau de la Basse Mer où :

m désigne la moitié de la marée ;

π le rapport de la circonférence au diamètre ;

t le temps compté à partir du moment de la Basse Mer ;

T l'intervalle de temps qui s'écoule entre les 2 Basses Mers, ou les 2 Pleines Mers consécutives.

À partir des observations de la hauteur de la mer, recueillies toutes les quinze minutes dans les différents ports français de la côte Atlantique, Chazallon trace à la main la sinusoïde correspondante, en expliquant soigneusement sa construction, ainsi que la courbe obtenue à partir de la formule précédente.

[47] Laplace, 1790, OC 12 [49], ainsi que MC IV-3, OC 2, p. 233-234 ; Chazallon, *op. cit.*, 1842, , p. 7 et 1852, p. 7.

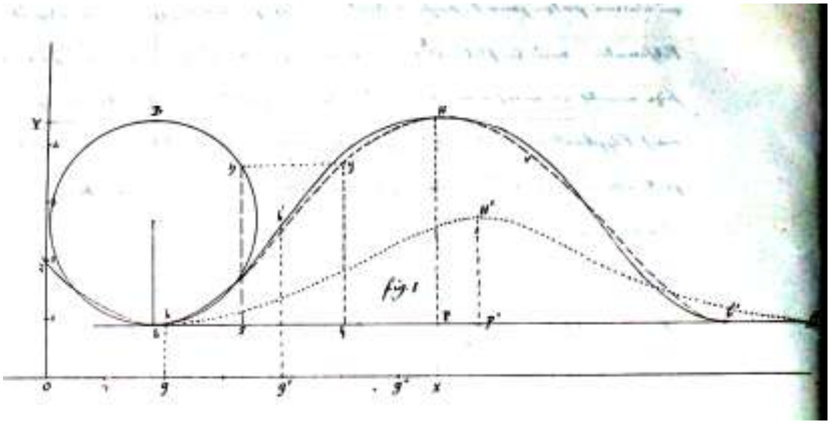

Figure 4.1 - Chazallon, « Mémoire », fig. 1, p. 8 verso. Archives de l'Académie des sciences. Pochette du 7 mars 1842. Photographie de l'auteur

Une première comparaison le conduit à conclure que la formule (1) ne traduit pas réellement la loi du mouvement de la mer : si les deux courbes diffèrent entre elles au-delà des limites autorisées par les erreurs observationnelles, on en conclura que le mouvement de la mer, dans la localité que l'on considère, est soumis à des lois que l'équation (1) n'exprime pas[48].

C'est notamment le cas pour l'écart horaire constaté entre la durée du flot et celle du jusant, que Chazallon étudie minutieusement pour plusieurs ports, par des changements d'échelles sur les courbes, afin de vérifier précisément que la forme générale de la courbe n'en est pas affectée. Mais surtout, quelques années avant l'astronome royal anglais George Biddell Airy (1801-1892), et longtemps avant Lord Kelvin, il met en évidence graphiquement la présence de nouvelles composantes de marée. Après avoir testé en vain l'hypothèse de l'influence de la vitesse de l'avancée des eaux dans un canal, Chazallon se résout à admettre une hypothèse que Laplace ne semble pas avoir envisagée, et qu'il avance avec beaucoup de précautions, tant est grande la réputation du grand homme :

> « Le grand nom de Laplace était d'ailleurs si imposant que je ne pouvais me résoudre à supposer qu'il pourrait bien se faire que

[48] Chazallon, 1842, *op. cit.*, p. 9.

certaines ondulations eussent échappé à son analyse, où [sic] à la sagacité de ses investigations. »[49]

Chazallon trace sur une feuille de papier transparent la courbe déduite de l'équation (1) et la promène successivement sur les courbes données par l'observation. À chaque courbe d'observation, il associe une équation, à laquelle il suppose la forme :

$$y = K - m\cos 2(t - \tau),$$

et dont il détermine les paramètres à partir de lectures graphiques auxquelles il applique la méthode « *qui rend les carrés des erreurs au minimum* ». Dans chaque cas, il trace la courbe dont les ordonnées sont les différences des ordonnées qui se correspondent, et il « reconnaît sur le champ » qu'elle est une sinusoïde dont l'équation doit être de la forme :

$$y = -m'\cos 4(t - \tau').$$

Il nomme la courbe obtenue quart-diurne, et la loi du mouvement de la mer se trouve alors exprimée par :

$$y = K - m\cos 2(t - \tau) - m'\cos 4(t - \tau') \tag{3}$$

formule qui convient à la fois pour les courbes de Socoa (près de Saint-Jean-de-Luz), du Palais, de l'Aber-Wrac'h, Roscoff, Bréhat, Saint-Malo, Goury (près du cap de La Hague).

[49] *Ibid.*, p. 19.

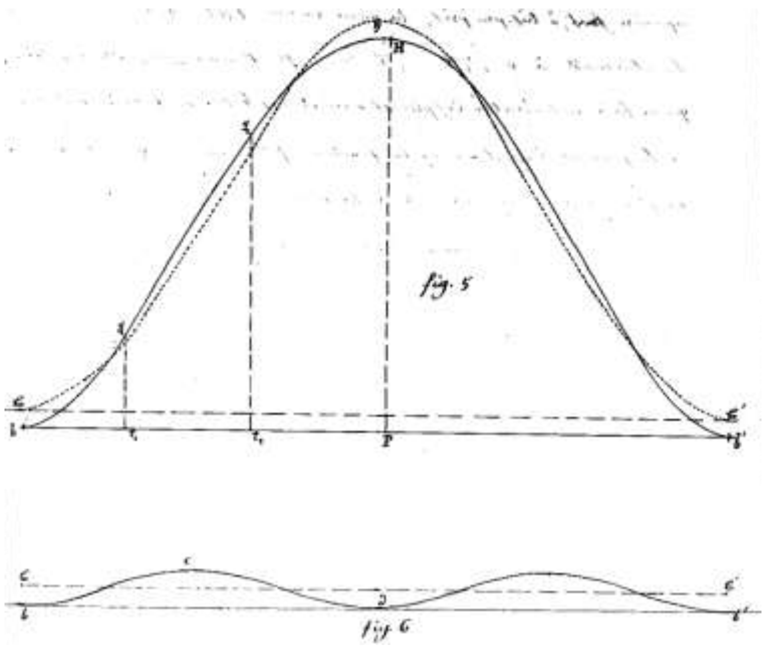

Figure 4.2 - Chazallon, « Mémoire », figs 5 et 6, p. 21 verso.
Archives de l'Académie des sciences. Pochette du 7 mars 1842. Photographie de l'auteur

Mais cette démarche ne parvient pas à rendre compte des courbes d'observation pour l'entrée de l'Adour, ou pour Port-en-Bessin et Le Havre par exemple. Chazallon poursuit alors la même démarche, et annonce :

En posant : $y = K - m\cos 2(t-\tau) - m'\cos 4(t-\tau') + f(t)$ j'ai été forcé de reconnaître que f(t) est de la forme $K - m''\cos 6(t-\tau'') - m'''\cos 8(t-\tau''')$, etc, et par conséquent, que les marées qui se manifestent dans nos ports sont composées d'ondulations dont la période est d'environ 1 jour, $\frac{1}{2}$ jour, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{12}$, etc de jour[48].

Ce faisant, en complétant la formule de Laplace par ces nouvelles ondulations, il peut représenter, « avec une précision admirable, le mouvement ascensionnel et "descentionnel" de la mer dans tous les ports » dont il a obtenu les observations, et pour lesquels il a « construit graphiquement plus de 400 courbes »[50]. Il présente les courbes les plus générales sur une feuille notée (B), associée à la feuille transparente notée (A), qui malheureusement ne figurent ni l'une ni l'autre dans la pochette des séances de l'Académie.

Du côté de l'analyse des données, Chazallon utilise la même technique que Laplace : en calculant la moyenne du niveau de la mer sur deux périodes lunaires – 59 jours –, il sépare les marées solaire et lunaire pour les analyser indépendamment l'une de l'autre. En appliquant cette méthode aux marées d'Akaroa Bay en Nouvelle-Zélande, il montre que ses résultats ne corroborent pas l'hypothèse de Whewell selon laquelle les mers du sud seraient la source de toutes les marées.

À la fin de ce mémoire de 1842, Chazallon indique l'existence du marégraphe auto-enregistreur en Angleterre, et en propose un nouveau, qu'il nomme le « maréographe », avec un cylindre horizontal plus grand, qui permettrait d'obtenir des courbes de marée avec une échelle plus grande, et apporterait donc une meilleure précision de la courbe et des mesures effectuées sur cette courbe.

Ainsi, aussi bien en Grande-Bretagne qu'en France, dans la première moitié du XIX[e] siècle, aussi bien les besoins de la navigation que l'appropriation de la théorie de Laplace marquent une transformation profonde des relations entre approche théorique et approche observationnelle de la prédiction des marées, puisque le phénomène est trop complexe pour que la seule théorie analytique suffise pour l'appréhender. Ce faisant, l'introduction du marégraphe auto-enregistreur transforme radicalement la nature des données observationnelles dans la prédiction des marées : il offre au calculateur, non plus des tableaux de nombres, mais l'enregistrement en continu, par des moyens mécaniques, de la courbe des ondulations de la mer. La précision des données n'est plus celle de l'observateur, mais celle des moyens mécaniques mis en œuvre : situation du puits de tranquillisation dans le port, transmission correcte du mouvement du flotteur au stylet, et précision du mouvement du stylet et du papier graphique. Néanmoins, les contextes sont différents dans les deux pays, et vont déboucher sur une prise en charge bien différente de la question dans les années qui suivent.

La mécanisation de la prédiction des marées

Si l'introduction du marégraphe auto-enregistreur marque un changement d'époque de part et d'autre de la Manche, elle s'inscrit en Grande-Bretagne dans un processus de rapprochement des sciences et de

---

[50] Chazallon, Lettre à Arago du 4 mars 1842, *op. cit.*

l'industrie, qui va déboucher sur une mécanisation intégrée du traitement des données, depuis l'observation jusqu'à la production des courbes de marée. Vingt ans plus tard, le marégraphe y sera le premier élément d'un système qui lui associe deux machines : l'analyseur harmonique, et le prédicteur de marées. Toutes deux sont conçues et réalisées par William Thomson, dans le cadre de ses activités au sein de la *BAAS,* et de son propre engagement dans un processus de production industrielle lié à la science.

- *William Thomson, premier scientifique britannique élevé au rang de Lord*

William Thomson est plus connu du monde savant sous le nom de Lord Kelvin. Il acquiert ce statut en 1892, non seulement en tant que scientifique, mais en raison d'une carrière marquée du sceau d'un développement conjoint de la science et de l'industrie. Professeur de philosophie naturelle dans la grande ville industrielle de Glasgow de 1846 à 1904, c'est en tant que scientifique et directeur de l'*Atlantic Telegraph & Co* depuis 1856 qu'il conduit théoriquement et personnellement l'installation du premier câble transatlantique (1852-1866), avant de créer la firme *Kelvin & White* pour fabriquer les nombreux instruments de précision qu'il met au point pour le télégraphe et l'électricité.

Thomson a reçu une solide formation mathématique à Cambridge, et s'est initié à la *Théorie analytique de la chaleur* de Fourier dès 1840. Il entretient une solide collaboration intellectuelle avec son frère ingénieur James Thomson (1822-1892), qui enseigne l'ingénierie à Belfast à partir de 1854, avant d'occuper la chaire d'ingénierie civile et de mécanique à l'université de Glasgow en 1873.

- *L'analyse harmonique des marées et la mécanisation de la prédiction*

L'étude empirique menée depuis les années 1830 aussi bien à la *BAAS* qu'à la Royal Society, prend une dimension nouvelle avec les travaux de Thomson sur l'analyse harmonique. De 1867 à 1876, celui-ci préside un comité de la *BAAS* chargé de « promouvoir le développement, l'amélioration et l'analyse harmonique des observations des marées », qui réunit au départ astronomes, mathématiciens, ingénieurs, calculateurs, amiraux et officiers de l'Amirauté, et va publier des rapports réguliers sur ses travaux, rédigés soit par Thomson, soit par son calculateur Edwards Roberts (1845-1933), issu du *Nautical Almanac Office.* Airy, mais aussi Stokes, Adams, Rankine, en font partie, ainsi que Cayley un peu plus tard. Il sera relayé en 1883 par George H. Darwin (1845-1912), second fils du célèbre Charles Darwin, élève et successeur de Thomson.

Aux méthodes de Laplace et de Lubbock de réduction des données, Thomson substitue le recours systématique à l'analyse harmonique déjà abordée par Chazallon et Airy, et qui explore cette fois les données fournies en continu par le marégraphe auto-enregistreur. Il s'agit de déterminer les constantes des composantes de marée en appliquant la méthode des moindres carrés pour déduire leurs valeurs les plus probables à partir de l'ensemble des observations.

Comme Laplace, Thomson envisage le flux de la mer comme composé de plusieurs oscillations. Mais, au-delà des trois espèces de marée initialement envisagées, il étend le recours qu'avait introduit Laplace à la notion d'« astres fictifs » se déplaçant dans le plan de l'équateur, équivalents heuristiques des composantes du potentiel générateur de marée. Ces astres fictifs sont censés se mouvoir uniformément, et produire une oscillation de la forme A.cos(nt)+B.sin(nt), ou R.cos(nt-e), avec A = R.cos(e) et B = R.sin(e) où *n* est la vitesse angulaire correspondante. Pour chaque astre attracteur, les marées semi-diurnes et diurnes présentent des inégalités qui dépendent de l'excentricité de l'orbite de la Lune autour de la Terre, et de celle la Terre autour du Soleil, pour lesquelles Thomson introduit des composantes déclinationnelles – marée lunaire bi-mensuelle et marée solaire semi-annuelle – et les marées semi-diurnes présentent des inégalités qui dépendent des différentes déclinaisons des deux corps, et qui donnent lieu à des composantes « elliptiques ». Chaque composante harmonique de marée reçoit une dénomination alphabétique, que Darwin complétera et laissera perdurer tout en abandonnant le recours aux astres fictifs. Thomson dégage ainsi vingt composantes de marée.

Alors que les méthodes de calcul de Laplace et Lubbock exigeaient, pour être précises, une période d'observation de 19 ans – cycle nodal de la Lune –, l'analyse harmonique permet de déterminer les 40 coefficients correspondant à ces 20 composantes à partir des données fournies par un bon marégraphe auto-enregistreur. Ce raccourcissement considérable de la période nécessaire d'observation va jouer un rôle considérable dans l'exploration des territoires coloniaux, aussi bien pour la Grande-Bretagne que pour la France. Les rapports successifs de la *BAAS* s'appuient sur les observations recueillies grâce aux marégraphes auto-enregistreurs dans de très nombreux ports : Karachi (Inde), Cat Island (Golfe du Mexique), San Diego et San Francisco (Californie), Fort Clinch (Port Ferdinand, Floride), Port Leopold et Beechey Island (Archipel Antarctique), mais aussi Toulon et Brest.

Parallèlement, pour soulager l'effort calculatoire et financier qu'impose l'analyse harmonique des données, Thomson conçoit, avec l'aide de son frère James, un analyseur harmonique qui permet d'extraire les coefficients des fonctions harmoniques qui correspondent aux mouvements des astres fictifs précédemment identifiés. L'analyseur harmonique est formé d'une suite de systèmes intégrateurs disque-sphère-cylindre, mis au point par James Thomson, et dont chacun donne l'intégrale du produit de la fonction représentée sur la courbe du marégraphe, par une fonction trigonométrique en sinus ou cosinus, la vitesse de rotation du disque correspondant à la vitesse angulaire de l'astre fictif correspondant. Après un modèle expérimental réalisé en 1873, deux analyseurs harmoniques sont effectivement construits : l'un en 1876 avec onze systèmes intégrateurs pour la prédiction des marées[51], l'autre en 1878 par la firme Munro, avec sept composantes harmoniques pour le service météorologique[52].

Figure 4.3 - Analyseur harmonique. 1876. Inv. 1896-60.
Science Museum London. SSPL

[51] Analyseur harmonique de Lord Kelvin, 1876, Science Museum of South Kensington, Londres. Inv. 1925-863, Blythe House.

[52] Analyseur harmonique de Lord Kelvin, Fabricant : Munro, 1878, Science Museum of South Kensington, Londres, Inv. 1948-343. Cet analyseur permet de soumettre à l'analyse harmonique les variations quotidiennes de la température, de la pression barométrique, et des composantes est-ouest de la vitesse du vent. Il est également utilisé pour étudier l'influence lunaire sur les phénomènes météorologiques. Les analyseurs harmoniques sont des machines lourdes à construire et à utiliser. Ils seront peu diffusés, et remplacés dans les années 1920-1930 par l'analyseur harmonique de Mader-Ott, qui investit de très nombreux domaines de la physique où intervient l'analyse harmonique. Durand-Richard, Marie-José, 2015, « Historiographie du calcul graphique », Dominique Tournès, (dir.), *Histoire du calcul graphique et grapho-mécanique* (à paraître).

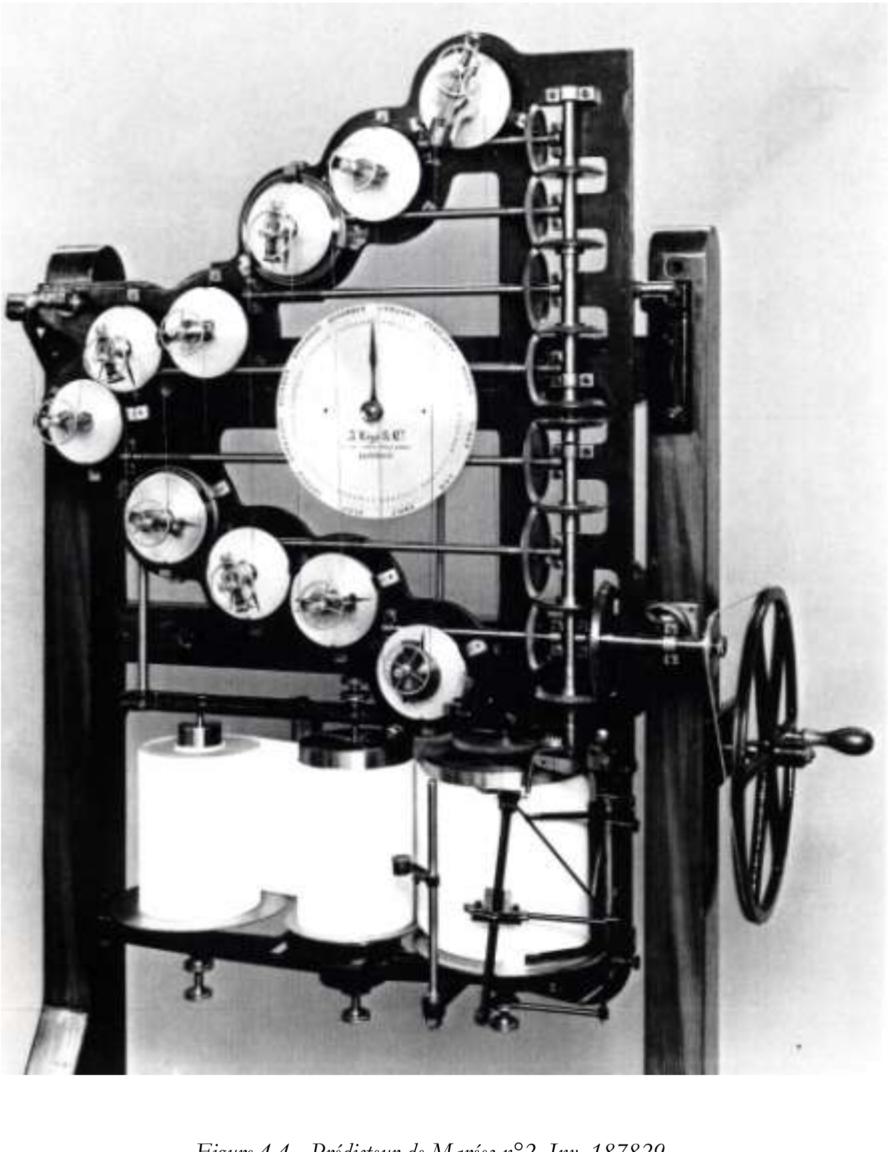

Figure 4.4 - Prédicteur de Marées n°2. Inv. 187829.
Science Museum London. Cliché E. Lester. Planche 1

Partant de cette analyse, et des coefficients qu'elle permet d'obtenir, le prédicteur de marées, élaboré à partir de 1872, permet de tracer la courbe de marée d'un lieu donné pour une année en quatre heures de temps. Le premier est opérationnel en 1876, et travaille sur dix composantes de marée, pour les ports de l'Inde et de l'Australie. Le *Survey of India* finance alors une deuxième machine, conçue par Roberts par vingt-quatre composantes, et qui sera utilisée sous sa direction de 1879 à 1903 pour établir les tables de marées des ports de l'Inde. Dix de ces machines sont en fonction avant la Première Guerre mondiale, en Europe et aux États-Unis, et la firme Kelvin, Bottomley & Baird Ltd en exportera dans tous les pays qui n'ont pas de fabrication propre : Japon, Argentine, Norvège, Russie et France[53].

Il peut paraître étrange que les ouvrages qui traitent des appareils de précision réalisés par Kelvin pour la physique omettent en général de se référer à ces machines. Sans doute le point de vue rétrospectif prévaut-il une fois de plus, traitant de la physique et de la prédiction des marées comme de domaines séparés, quand ils relèvent encore pour Kelvin d'une même philosophie, pour laquelle la connaissance des phénomènes naturels va de pair avec leur exploitation.

Conclusion

La réalisation et l'expansion des analyseurs harmoniques et des prédicteurs de marées marquent l'aboutissement d'un processus d'approfondissement des recherches théoriques d'analyse des marées au XIX^e^ siècle. Les travaux de Laplace, plus encore que ceux de Newton, induisent des relations nouvelles entre ces recherches et les observations, dans la mesure où la théorie analytique ne suffit pas pour obtenir des solutions locales aux équations du mouvement en tout point des Océans, du fait de la variété des « circonstances accessoires ». De plus, les calculs issus de ces observations exigent une abondance de calculs qui ne peut être maîtrisée qu'au prix de collaborations institutionnelles très structurées. Ainsi, la prédiction des marées concerne-t-elle non seulement les mathématiciens, mais aussi les navigateurs et les ingénieurs. Les travaux de Chazallon en France débouchent sur l'installation d'un réseau de marégraphes sur les côtes et au-delà, dont les résultats d'observation sont immédiatement investis dans l'*Annuaire des marées*. Et la mécanisation de la prédiction des marées

[53] Cartwright, 1999, *op. cit.*, p. 104-109. Durand-Richard Marie-José, 2014, « Mathematical Machines, 1876-1949 », Michael Fothe (FSU), Andreas Jantowski (Thillm), Michael Schmitz (FSU), Renate Tobies (FSU) (eds), *Mathematik und Anwendungen*, Thillmpublikation, Forum, Thillmreihe, p. 37.

aboutit en Grande-Bretagne plutôt qu'en France, sans doute du fait d'interrelations beaucoup plus fortes entre les milieux professionnels concernés, qui résultent d'un effort collectif intense pour assimiler les effets épistémologiques de la Révolution Industrielle, tant dans le pays même que dans la compétition internationale.

Bibliographie

Airy George Biddell, 1832, « Report on the Progress of Astronomy during the present Century », *Report of the Second meeting of the BAAS, held in Oxford in 1832*, p. 125-189.

Bernoulli Daniel, 1740, « Traité sur le flux et le reflux de la mer », Pièce n°VII du *Recueil des pièces qui ont remporté le prix de l'Académie Royale des Sciences, tome IV (pièces depuis 1738 jusqu'en 1740),* Paris, Martin & Coignard & Guérin & Jombert, p. 55-191.

Bureau des Longitudes, 1843, *Observations des marées faites à la Mâture et au bassin dans le port de Brest, 1807-1835, publiées par le Bureau des longitudes*, Paris, Imprimerie royale.

Cartwright David E.,

— 1999, *Tides, A Scientific History*, Cambridge University Press.

— 2003, « Rémi Chazallon, a forgotten « ingénieur hydrographe », *History of Oceanography,* n°15, p. 3-4.

Chazallon Rémi,

— 1842, « Mémoire sur les marées de côtes de France et particulièrement, sur les lois du mouvement de la mer pendant qu'elle s'élève et qu'elle s'abaisse », Archives de l'Académie des sciences de Paris, pochette de la séance de l'Académie du 7 mars 1842.

– 1852, « Détermination des diverses ondes dont l'ensemble constitue la marée », *Annales hydrographiques*, n°7, p. 163-176 et 315-338.

Coriolis Gaspard-Gustave de, 1835, « Sur les équations du mouvement relatif des systèmes de corps », *Journal de l'École Polytechnique,* vol. XV, cahier 24, p. 142-154.

Crosbie Smith et Wise M. Norton, 1989, *Energy and Empire: a biographical study of Lord Kelvin*, Cambridge University Press.

Denoville Jean-Baptiste, 2008, *Le traité de navigation 1760,* Rouen, Éditions Points de vue.

Durand-Richard Marie-José,
– 1996, « L'École Algébrique Anglaise : les conditions conceptuelles et institutionnelles d'un calcul symbolique comme fondement de la connaissance », C. Goldstein, J. Gray, J. Ritter (éds.), *L'Europe mathématique. Mythes, histoires, identités*, Paris, Éditions de la Maison des sciences de l'homme, p. 445-498.
– 2010, « Planimeters and integraphs in the 19th century. Before the differential analyser », Nuncius, *Journal of the History of Science*, Firenze, Leo S. Olschki, vol. XXI, 2010, p. 101-124.
– 2014, « Mathematical Machines, 1876-1949 », Michael Fothe (FSU), Andreas Jantowski (Thillm), Michael Schmitz (FSU), Renate Tobies (FSU) (éds.), *Mathematik und Anwendungen*, Thillmpublikation, Forum, Thillmreihe, p. 33-41.
— 2015, « Historiographie du calcul graphique », Dominique Tournès (dir.), *Histoire du calcul graphique et grapho-mécanique* (à paraître).
Ferguson Allan (éd.), 1972, *Natural Philosophy through the 18th century,* Londres, Taylor & Francis Ltd.
Howarth Osbert J.R., 1922, *The BAAS, a retrospect, 1831-1921,* Londres, Published by the Association.
Laplace Pierre-Simon de,
– 1775, « Recherches sur plusieurs points du système du monde », *Mémoires de l'Académie des Sciences*, 88, p. 75-182, et 89, p. 177-264, in OC 9, 1893, p. 69-310.
— 1782-85, « Théorie des attractions des sphéroïdes et de la figure des planètes », OC 10, p. 339-419.
— 1790, « Mémoire sur le flux et le reflux de la mer », OC 12, 1893, p. 3-126.
— 1799-1825, *Traité de Mécanique Céleste*, vol. 2, livre 4 (1799), in OC 2, 1878, vol. 5, livre 13 (1825), in OC 5, 1882.
— 1878-1912, *Œuvres complètes*, Paris, Gauthier-Villars.
Lubbock John W., « On the Tides », *Phil. Trans.,* 1831, vol. 121, p. 379-416 ; 1832 ; vol. 122, p. 229-236 et 595-599 ; 1833, vol. 123, p. 19-22 ; 1834, vol. 124, p. 143-166 ; 1835, vol. 125, p. 275-200 ; 1836, vol. 126, p. 57-73, 57-73 et 217-266 ; 1837, n°127, p. 97-140.
Lubbock John W.,
— 1831 « Researches in Physical Astronomy », *Philosophical Transactions of the Royal Society*, 1831, vol. 121, p. 17-66, 231-282 et 283-298 ; 1832, vol. 122, p. 1-49, 361-381 et 601-607.
— 1832, « Report on the tides », *Report of the Second meeting of the BAAS, held in Oxford in 1832*, London (office of the Association), p. 189-195.

– 1834, « On the Theory of the Moon », *Philosophical Transactions of the Royal Society*,1834, vol. 124, p. 123-142 et 127-142.

Newton Isaac, 1687, *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica,* (M.F. Biarnais éd., 1985), Paris, Christian Bourgeois.

Palmer Henry, 1831, « Description of a Graphical Register of Tides and Winds », *Philosophical Transactions of the Royal Society*, vol. 121, p. 209-214 + planches.

Thomson William et Roberts Edward, « Report of the Committee for the purpose of promoting the extension, improvement, and harmonic analysis of Tidal Observations », *Reports of the meetings of the BAAS, on Tides,* 1867, 1868, vol. 38, p. 489-510 ; 1870, n°40, p. 120-151 ; 1871, n°41, p. 201-207 ; 1872, n°42, p. 355-395 ; 1876, n°45, p. 275-301.

Whewell William, « On the Empirical Laws of the Tides », *Philosophical Transactions of the Royal Society* : 1833, vol. 123, p. 147-236 ; 1834, vol. 124, p. 15-46 ; 1835, vol. 125, p. 83-90 ; 1836, vol. 126, p. 1-16, 131-148 et 289-342 ; 1837, vol. 127, p. 75-86 et 227-244 ; 1838, vol. 128, p. 231-247 ; 1839, vol. 129, part I, p. 151-162 et 163-166 ; 1840, vol. 130, p. 161-174 et 255-272 ; 1848, vol. 138, p. 1-29 ; 1850, vol. 140, part I, p. 227-234.