Fiche anti-mythe
Les scribes mésopotamiens n'ont pas résolu d'équations du second degré

Jenny Boucard

Septembre 2022

1 Mythe collectif

Plusieurs sites internet affirment que des tablettes mésopotamiennes proposent la résolution des équations du second degré. Par exemple, voici un extrait de l'article « Équation du second degré » de Wikipedia :

> Les équations du second degré sont au centre de l'algèbre babylonienne, dès avant le XVIII^e siècle av. J.-C. La tablette d'argile BM 13901 a été qualifiée de « véritable petit manuel d'algèbre, consacré à l'équation du second degré et aux systèmes d'équations, et donnant les procédures résolutoires fondamentales ». (citation extraite de Maurice Caveing, *Essai sur le savoir mathématique : dans la Mésopotamie et l'Egypte anciennes*, Villeneuve d'Ascq, Presses Univ. Septentrion, 1994, consultée sur Wikipedia le 30 septembre 2022).

2 Source primaire

La source primaire utilisée ici date du deuxième millénaire avant notre ère. Cette tablette est un document scolaire, destiné à la formation des scribes. Les scribes avaient alors une fonction centrale dans l'administration de l'État. Leur formation était institutionnalisée, et comprenait, pour les mathématiques, l'apprentissage du calcul, des systèmes métrologiques et la résolution de problèmes. Ici, nous nous intéressons au premier problème résolu dans la tablette BM13901, qui est composée d'une vingtaine de problèmes du même type, avec des méthodes de résolution de plus en plus complexes. Aucune trace de symbolisme algébrique ou de raisonnement sur des équations n'est contenu dans les tablettes mésopotamiennes mais elles ont été très souvent traduites en termes d'équations du second degré. Ci-dessous sont présentées la version cunéiforme de la tablette (écriture alors utilisée majoritairement en Mésopotamie), ainsi que deux traductions relativement récentes.

— **Traduction issue de (Ritter, 1989)**
J'ai ajouté la surface à mon côté : 45. Tu poseras 1, la wasitum.
Tu fractionaliseras la moitié de 1 (:30). Tu multiplieras 30 par 30 (:15).
Tu ajouteras 15 à 45 : 1.
1 (en) sera la racine carrée.
Le 30 que tu avais multiplié, tu (le) soustrairas de 1 (:30). 30 était le côté du carré.

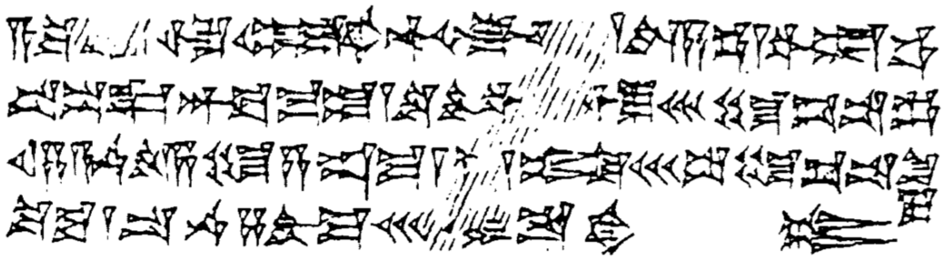

Figure 1 – *Version cunéiforme du premier problème de la tablette BM 13901, issue de (Høyrup, 2010, p. 4)*

— **Traduction issue de (Høyrup, 2010)**
La surface et ma confrontation j'ai empilées : 45', le forjet,
tu poses. La demi-part de 1 tu brises, 30' et 30' fais tenir.
15' à 45' tu ajoutes : auprès de 1, 1 est égal. 30' que tu as fait tenir
de l'intérieur de 1 tu arraches : 30' est la confrontation.

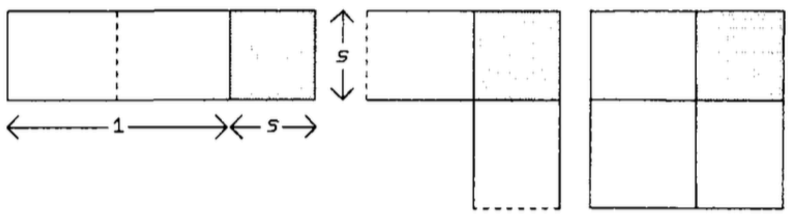

Figure 2. The procedure of BM 13901 #1, still in slightly distorted proportions.

Figure 2 – *Reconstruction du premier problème de BM 13901 proposée dans (Høyrup, 2002)*

3 Interprétations possibles de la source primaire, dont certaines contredisent le mythe collectif

Les procédures de résolution décrites dans la tablette BM 13901 ont dans un premier temps, dans les années 1930, été interprétées en termes de résolutions d'équations du second degré. Par exemple, l'énoncé du problème ci-dessus a été traduit par l'équation $x^2 + x = \frac{3}{4}$ de manière purement algébrique[1]. Avec cette interprétation, on peut repérer quelque chose d'équivalent au discriminant utilisé actuellement dans la résolution des équations du second degré. Ce sont ces premières traductions qui ont inauguré le mythe d'une algèbre babylonienne, où l'algèbre est ici entendue dans le sens d'une théorie des équations. Or, lors de la première traduction de ces tablettes, la compréhension de l'écriture cunéiforme en était à ses balbutiements et les assyriologues et mathématiciens ont proposé ces premières traductions en repérant dans un premier temps les différentes données numériques. Ils ont reconnu les différentes étapes de résolution d'une équation du second degré et ont adapté leur traduction à partir de ce constat. Parallèlement, ces textes mathématiques babyloniens ont été jugés

[1] Le système de numération utilisé dans la tablette BM 13901 est sexagésimal positionnel et à virgule flottante. Le « 45 » correspond donc, dans le système décimal positionnel, à $\frac{3}{4}$ (c'est-à-dire $\frac{45}{60}$).

comme des listes de recettes mathématiques obtenues par tâtonnements, sans théorisation ou justification. Ce double jugement, contradictoire en apparence, peut être expliqué : il renvoie en fait à une vision des mathématiques qui seraient universelles : les pratiques mathématiques mésopotamiennes sont interprétées à l'aune de ce que l'on pense que *doivent* être les mathématiques aujourd'hui.

Une seconde étape d'interprétations des tablettes — algorithmique cette fois-ci — a commencé dans les années 1970, avec D. Knuth, qui est connu pour ses travaux d'algorithmique. Des travaux historiques — notamment ceux de J. Ritter — ont utilisé ce second type d'interprétation et ainsi obtenu de nouveaux résultats. Ritter s'est notamment appuyé sur une analyse comparée des structures procédurales — qualifiées d'algorithmiques — et grammaticales de plusieurs ensembles de textes mésopotamiens pour rapprocher des textes médicaux, de divination, mathématiques et juridiques. Dans le cas de la tablette BM 13901 (cf. traduction ci-dessus), la disposition même de sa traduction accentue l'aspect procédural de la résolution des problème en allant à la ligne après chaque étape de calcul. Il montre ainsi que la série de problèmes de la tablette est organisée autour de quelques procédures de calcul de base et de leurs variantes. Au-delà des seules mathématiques, Ritter fait également l'hypothèse que la divination, la médecine et les mathématiques étaient vraisemblablement des domaines intellectuels ayant le même statut pour les scribes babyloniens, et dont les textes sont qualifiés par le même terme : « nepêšu ». Cette méthode d'analyse attentive à la matérialité et l'organisation des textes montre de plus que les problèmes mathématiques mésopotamiens sont organisés de manière à apprendre au scribe à résoudre un type de problème à partir d'une grille d'exemples génériques et en procédant ensuite par interpolation.

Depuis la fin des années 1980, à partir d'une analyse approfondie du vocabulaire utilisé dans les tablettes mathématiques (entre temps, des progrès dans le déchiffrement de l'écriture cunéiforme ont également eu lieu…), Jens Høyrup a proposé une interprétation géométrique des procédures de résolution de ces problèmes, en supposant l'existence d'un support intermédiaire (comme un abaque sur lequel pouvaient être tracés les différents calculs avec du sable par exemple) permettant d'esquisser la procédure géométrique. Il montre notamment que le vocabulaire utilisé dans les descriptions de procédures est identique à certains termes utilisés dans les constructions, ce qui transparaît dans la traduction proposée ci-dessus. Ainsi, les termes techniques utilisés dans ces procédures de résolution ne renvoient pas seulement à des opérations arithmétiques, mais également à des manipulations à faire sur un support matériel. Une prise en considération du vocabulaire « architectural » utilisé met donc en lumière la « géométrie mentale » ou « géométrie naïve » vraisemblablement utilisée par les scribes mésopotamiens pour résoudre les problèmes mathématiques comme ceux que l'on trouve sur la tablette BM 13901. Les méthodes de couper-coller permettent de plus la compréhension de la méthode de résolution, ce qui, toujours selon Høyrup, peut être considéré comme une preuve de la procédure de résolution. Ici, les différentes étapes de résolution du problème peuvent être visualisées et comprises à partir de la reconstruction géométrique faite par Høyrup (fig. 2).

4 Pour en savoir plus : deux textes d'historien·ne·s

- Dans (Proust, 2007), Christine Proust commente rapidement l'ouvrage de Jens Høyrup et s'arrête justement sur le premier problème de la tablette BM 13901.
- Plus généralement, un texte court discutant sur les problèmes d'interprétations historiques des textes mésopotamiens est celui d'Eleanor Robson (2005).

5 Fonctions sociales du mythe

Ce mythe de l'algèbre babylonienne est ancré dans une histoire des mathématiques rétrospective, qui vise à juger les auteurs et textes anciens à l'aune des concepts actuels. Il appuie une vision des mathématiques comme savoir a-historique — l'algèbre utilisée actuellement aurait existé de tout temps—, ayant une histoire linéaire et progressive, et désincarné. Ces interprétations mathématiques anachroniques gomment ainsi des méthodes mathématiques anciennes.

Ce mythe a été construit dans un contexte où l'histoire des mathématiques était le plus souvent faite par des mathématiciens et où la compréhension de l'écriture en était à ses balbutiements. Il s'accompagne également de commentaires dévalorisants sur les mathématiques anciennes non grecques (« recettes de cuisine », absence de rationalité, de justification…)[2]. Ce phénomène s'est notamment accentué au XIXe siècle avec l'impérialisme européen et une hiérarchisation des civilisations[3]. Les mathématiques orientales anciennes ont ainsi souvent été décrites comme des balbutiements avant que le « miracle grec » n'advienne (dans le cas de l'Égypte ancienne et la Mésopotamie) ou comme des mathématiques non rigoureuses, car non fondées sur des démonstrations axiomatico-déductives (dans le cas de la Chine ou de l'Inde anciennes par exemple).

Références

HØYRUP Jens (2002), *Lengths, Widths, Surfaces: a Portrait of Old Babylonian Algebra and Its Kin*, New York, Springer.

— (2010), *L'algèbre au temps de Babylone : quand les mathématiques s'écrivaient sur de l'argile*, Paris, Vuibert (Adapt-SNES).

PROUST Christine (2007), *Note de lecture sur* Lenghts, Widths, Surfaces. A Portrait of Old Babylonian Algebra and Its Kin, Consulté le 10 septembre 2022, http://educmath.ens-lyon.fr/Educmath/ressources/lecture/repertoire/hoyrup.

RITTER Jim (1989), « Babylone -1800 », dans Michel SERRES (éd.), *Éléments d'histoire des sciences*, Paris, Bordas, p. 33-61.

ROBSON Eleanor (2005), « Influence, Ignorance, orIindifference ? Rethinking the Relationship Between Babylonian and Greek Mathematics », *Bulletin of the British Society for the History of Mathematics*, vol. 4, p. 1-17.

[2] Voici un exemple de citation allant dans ce sens, extraite de André Pichot (1991), *La naissance de la science. 1. Mésopotamie, Égypte, Paris*, Gallimard : « Le rôle des listes de problèmes, des tables astronomiques, des traités médicaux, est le même ; il s'agit toujours d'une situation […] que l'on doit résoudre à partir des expériences précédentes soigneusement consignées dans ces listes, le tout accompagné d'explications mystiques plutôt que par un raisonnement fondé sur une théorie. […] Même le monde des nombres ignorait, en Mésopotamie, l'organisation rationnelle. »

[3] De ce point de vue, le texte d'Alain Herreman sur la construction du mythe de Thalès et de la pyramide est éclairant : Alain Herreman (2018), « Aux sources du "théorème du perroquet". Sur l'intérêt pour l'histoire des mathématiques », *Images des mathématiques*. En ligne : https://images.math.cnrs.fr/Aux-sources-du-theoreme-du-perroquet