

# CAHIERS FRANÇOIS VIÈTE

Série I – N°3

2002

*Varia*

SYLVIANE BIDAL - *Les paradoxes de la relativité*

MICHEL BLAY - *Le souci métaphysique de l'infini dans la construction de la science classique*

PIERRE CASSOU-NOGUES - *Le programme de Gödel et la subjectivité mathématicienne*

MARCEL GRANDIÈRE - *Le débat sur l'éducation en France au XVIII<sup>e</sup> siècle*

MICHEL SPIESSER - *Nobel et les prix Nobel*

Centre François Viète  
Épistémologie, histoire des sciences et des techniques  
Université de Nantes

## SOMMAIRE

- SYLVIANE BIDAL ..... 3  
*Les paradoxes de la relativité*
- MICHEL BLAY ..... 15  
*Le souci métaphysique de l'infini dans la construction de la science classique*
- PIERRE CASSOU-NOGUES..... 31  
*Le programme de Gödel et la subjectivité mathématicienne*
- MARCEL GRANDIÈRE..... 57  
*Le débat sur l'éducation en France au XVIII<sup>e</sup> siècle*
- MICHEL SPIESSER ..... 71  
*Nobel et les prix Nobel*

## LE SOUCI MÉTAPHYSIQUE DE L'INFINI DANS LA CONSTRUCTION DE LA SCIENCE CLASSIQUE\*

Michel BLAY

### Résumé

On ne peut étudier le XVII<sup>e</sup> siècle et en particulier les premiers développements de la science classique en y appliquant simplement nos modernes grilles de lecture. En effet, comme nous le montrons dans cet article en nous attachant à l'étude du concept d'infini, il importe, non pas de le concevoir comme un concept des mathématiques, ou de la science du mouvement ou bien de la théologie, etc., mais comme un lieu conceptuel où dialogue une multiplicité des thématiques avant que n'émergent effectivement, au XVIII<sup>e</sup> siècle, nos modernes champs disciplinaires.

La réflexion, le travail sur l'infini, est décisif en des lieux multiples — philosophique, théologique, mathématique — de la pensée du XVII<sup>e</sup> siècle. C'est en effet au cours de ce siècle, en rapport avec la construction de la science classique, que la diversité des questions sur l'infini est apparue dans toute son ampleur en relation avec ses dimensions d'inquiétude et de souci métaphysique.

Il y a une dimension tragique dans la pensée infinitiste du XVII<sup>e</sup> siècle et c'est à travers cette dimension tragique qu'il devient possible de saisir l'organisation de la pensée de ce siècle, de percevoir l'originalité de la tâche qui s'y accomplit et en quel sens la résolution et le dépassement de cette dimension tragique ouvre sur le XVIII<sup>e</sup> siècle et la construction effective de la science classique.

Cette dimension tragique, ce souci métaphysique s'impose à la seule lecture des textes. Galilée (1564-1642) n'écrit-il pas dans la première journée de ses *Discorsi* publié à Leyde en 1638 : "Rappelons-nous que nous traitons d'infinis et d'indivisibles, inaccessibles à notre entendement fini, les premiers à cause de leur immensité, les seconds à cause

---

\* Conférence donnée le 19 mars 2002 au Centre François Viète.

de leur petitesse. Pourtant nous constatons que la raison humaine ne peut s'empêcher de sans cesse y revenir"<sup>1</sup>. À cela Blaise Pascal (1623-1662) fait écho dans les *Pensées* : "Connaissons donc notre portée. Nous sommes quelque chose et ne sommes pas tout. Ce que nous avons d'être nous dérobe la connaissance des premiers principes qui naissent du néant, et le peu que nous avons d'être nous cache la vue de l'infini"<sup>2</sup>, tandis que René Descartes (1596-1650), en affirmant clairement dans les *Principes de la philosophie* (Paris 1647, première édition latine, Amsterdam 1644) que le mot d'infini doit être réservé à Dieu seul, introduit l'indéfini comme unique domaine à l'intérieur duquel la pensée humaine peut effectivement se développer : "Qu'il ne faut point tâcher de comprendre l'infini, mais seulement penser que tout ce en quoi nous ne trouvons aucunes bornes est indéfini"<sup>3</sup>. L'infini est donc ce qui est toujours à l'horizon des questionnements et toujours impossible à pleinement s'approprier.

Comment penser alors la nouvelle science sans penser pleinement l'infini? Comment construire la nouvelle science sans construire un concept de l'infini?

C'est cette tension entre, d'une part, un infini qui toujours surgit dans le mouvement, dans sa continuité, son commencement et sa fin ou dans la cosmologie et, d'autre part, l'impossibilité qu'il y a à saisir cet infini en tant qu'il appartient à Dieu seul, qui traverse la pensée du XVII<sup>e</sup> siècle; c'est ce souci à la fois mathématique et métaphysique, apparaissant comme l'un des foyers vivants de la pensée du XVII<sup>e</sup> siècle, que nous voudrions, dans ces quelques pages, donner à voir dans sa dimension de quête et d'interrogation.

D'abord, l'effort mathématique pour penser le mouvement et les conditions de sa géométrisation, puis les enjeux métaphysiques de l'impossible pensée de l'infini; enfin, pour rompre cette tension, l'apaisement fontenellien de la distinction entre l'infini métaphysique et l'infini géométrique; c'est-à-dire l'ouverture sur le XVIII<sup>e</sup> siècle et l'avènement de la science classique.

---

<sup>1</sup> Galileo Galilei, *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze*, in *Opere*, ed. nationale en vingt volumes publié par Favaro et Longo, Florence, 1890-1909, VIII, p. 73 (Dans la suite *Opere*) et *Discours concernant deux sciences nouvelles*, traduction par Maurice Clavelin, Paris, PUF, 1995, première édition Paris Armand Colin, 1970, p. 26 (Dans la suite *Discours*).

<sup>2</sup> Blaise Pascal, *Œuvres complètes*, collection l'Intégrale, Le Seuil, 1963, p. 528.

<sup>3</sup> René Descartes, *Les Principes de la philosophie*, in *Œuvres*, éditées par Ch. Adam et P. Tannery, 12 vol. plus un suppl., 1896-1913, rééd. Vrin-CNRS, 1964-1974, vol. IX, première partie, paragraphe 26. (Dans la suite *AT*).

## 1. L'infini à penser

L'un des aspects les plus novateurs du développement de la science au début du XVII<sup>e</sup> siècle consiste dans la géométrisation du mouvement. Par géométrisation, il faut comprendre une démarche dont l'objet consiste à reconstruire les phénomènes du mouvement à l'intérieur du domaine de l'intelligibilité géométrique, de telle sorte que ces phénomènes se trouvent soumis à l'emprise de la raison géométrique et puissent être l'objet d'une mise en forme déductive sur le modèle des *Éléments* d'Euclide.

Cependant, cette entreprise ne va pas sans difficultés. Elle se heurte rapidement à des questions impliquant la considération de l'infini et, bien sûr, le retour des célèbres paradoxes de Zénon d'Elée (la dichotomie, l'Achille et la flèche). Comment peut-on penser la continuité d'un mouvement, le début et la fin d'un mouvement? Comment expliquer la variété des mouvements accélérés; doit-on avoir, comme le suggèrent certains atomistes, recours à un mélange de mouvements et de repos?

Autant de questions qui occuperont les savants du XVII<sup>e</sup> siècle, Galilée, Bonaventura Cavalieri (1598-1647), Blaise Pascal, et qui ne trouveront finalement une réponse mathématique explicite qu'au début du XVIII<sup>e</sup> siècle avec l'algorithme de la cinématique.

Dans une lettre adressée à Galilée en date du 21 mars 1626, Cavalieri souligne parfaitement l'importance et la difficulté des problèmes posés, dans le cadre de la géométrisation, par la compréhension du commencement et de l'évolution continue du mouvement : "[...] je suis arrivé à composer quelque petite chose sur le mouvement [...] : lorsqu'on en arrive à devoir prouver que le mobile, qui du repos doit passer à un degré quelconque de vitesse, doit passer par les (degrés) intermédiaires, je ne trouve aucune raison qui me tranquillise, bien qu'il me semble que généralement il en soit ainsi [...]"<sup>4</sup>.

La quête d'une raison qui tranquillise, c'est ici à la fois un programme de travail et une attitude d'esprit; c'est la volonté de comprendre le commencement et l'évolution continue du mouvement, mais surtout de les penser mathématiquement, ou plutôt d'en construire les raisons mathématiques.

Cependant le traitement de ces questions est d'une extrême difficulté, car s'y attaquer c'est immédiatement se trouver confronté à

---

<sup>4</sup> *Opere*, XIII, p. 312.

l'infini. Blaise Pascal en témoigne explicitement, par exemple, dans son petit traité intitulé *De l'esprit géométrique* : "[...] quelque prompt que soit un mouvement, on peut en concevoir un qui le soit davantage, et hâter encore ce dernier; et ainsi toujours à l'infini, sans jamais arriver à un qui le soit de telle sorte qu'on ne puisse plus y ajouter. Et au contraire, quelque lent que soit un mouvement, on peut le retarder davantage, et encore le dernier; et ainsi à l'infini, sans jamais arriver à un tel degré de lenteur qu'on ne puisse encore en descendre à une infinité d'autres sans tomber dans le repos"<sup>5</sup>.

Dans une perspective très voisine Galilée écrit dans les *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze*, en plaçant les mots dans la bouche de son ami et porte-parole, Salviati : "Écoutez-moi bien. Vous ne refuserez pas, je crois, de m'accorder qu'une pierre tombant de l'état de repos acquiert ses degrés successifs de vitesse selon l'ordre dans lequel ces mêmes degrés diminueraient et se perdraient, si une force motrice la reconduisait à la même hauteur; et le refuseriez-vous que je ne vois pas comment la pierre, dont la vitesse diminue et se consume en totalité au cours de son ascension, pourrait atteindre l'état de repos sans être passée par tous les degrés successifs de lenteur"<sup>6</sup>.

Dans ce texte, Galilée souligne, comme Pascal, mais d'une façon plus précise, la continuité caractérisant selon lui la croissance ou la décroissance de la vitesse dans un mouvement naturellement accéléré. Ainsi dans un tel mouvement, comme le précise également Galilée dans les *Discorsi*, "un grave [...] ne demeure en aucun de ces degrés de vitesse pendant un temps fini"<sup>7</sup>. Ce qui revient encore à dire que, suivant Galilée, dans un mouvement accéléré ou retardé, un grave qui sort du repos ou qui y retourne passe par une infinité de degrés de vitesse dans un intervalle de temps qui, si petit qu'il soit, contient une infinité d'instants. En ce sens, le repos peut être considéré, non comme opposé au mouvement, mais comme une limite ou un cas particulier du mouvement.

Les problèmes soulevés par cette analyse de la continuité du mouvement, tout en rendant possible la géométrisation du mouvement, comme en témoigne le traitement galiléen de cette question dans les *Discorsi* ou dans le *Dialogo* (Florence, 1632), sont d'une extrême difficulté. En effet, s'il y a une infinité de degrés de lenteur pour atteindre le repos, ne faut-il pas un temps infini pour que ce mouvement puisse s'accomplir ou, plus exactement, pour que le mobile animé d'un tel mouvement s'arrête en passant successivement par tous les degrés de

---

<sup>5</sup> *op. cit.*, note 2, p. 351-352.

<sup>6</sup> *Opere*, VIII, p. 200. *Discours* p. 133.

<sup>7</sup> *Ibid.* p. 133.

lenteur? Et, à l'inverse, pour qu'un mouvement commence en passant successivement par tous les degrés croissants de vitesse ne faut-il pas, là aussi, un temps infini pour atteindre la moindre vitesse? Dans un cas le repos est impossible à atteindre, dans l'autre c'est le mouvement qui ne peut, à strictement parler commencer. Or, bien évidemment, les mouvements commencent et finissent !

### 1.1. Continuité/discontinuité

Que le mouvement commence et voilà les paradoxes de l'infini qui s'insinuent et semblent venir ruiner toute possibilité de penser la continuité du début et de la fin du mouvement. Une réponse consiste à rejeter l'idée d'un commencement non fini du mouvement ou plutôt de considérer que, par exemple, le mouvement de chute des graves commence, non pas à partir d'une vitesse nulle par accroissements successifs continus, mais à partir d'une vitesse petite mais finie. C'est ainsi qu'Edme Mariotte (1620?-1684) envisage la question. Dans son *Traité de la percussion ou choc des corps*, publié à Paris en 1673, il refuse l'idée qu'un mouvement accéléré puisse l'être dès le premier instant. Son argumentation repose, bien évidemment, sur un rappel des difficultés engendrées par les paradoxes de Zénon sur l'infini, mais aussi, bien que le contexte infinitésimal y semble peu propice, sur diverses expériences en rapport principalement avec l'écoulement et la force des fluides : "Galilée fait quelques raisonnements assez vraisemblables pour prouver qu'au premier moment qu'un poids commence à tomber, sa vitesse est plus petite qu'aucune qu'on puisse déterminer : mais ces raisonnements sont fondés sur les divisions à l'infini, tant des vitesses que des espaces passés, et des temps de chutes, qui sont des raisonnements très suspects, comme celui que les anciens faisaient pour prouver qu'Achille ne pourrait jamais attraper une tortue, auquel raisonnement il est difficile de répondre et d'en donner la solution; mais on en démontre la fausseté par l'expérience, et par d'autres raisonnements plus faciles à concevoir. Ainsi l'on objectera à Galilée les raisonnements ci-dessus qui sont faciles à concevoir, particulièrement celui de la balance, et qui sont beaucoup plus clairs que les siens, qu'il a fondés sur les divisions à l'infini, qui sont inconcevables, et sur certaines règles de l'accélération de la vitesse des corps, qui sont douteuses : car on ne peut savoir si le corps tombant ne passe pas un petit espace, sans accélérer son premier mouvement, à cause qu'il faut du temps pour produire la plupart des effets naturels, comme il paraît lorsqu'on fait passer du papier au travers d'une grande flamme, avec une

grande vitesse, sans qu'il s'allume; et par conséquent on doit préférer les raisonnements ci-dessus à ceux de Galilée"<sup>8</sup>.

Il devient donc possible d'éliminer l'infini au début du mouvement en considérant qu'il n'y a pas, au sens strict, de début au mouvement. Dès le premier instant le corps est animé d'une vitesse très petite mais finie. De même le repos peut être atteint sans que le mobile passe par tous les degrés de lenteur ainsi que le propose, par exemple Hartsocker dans une lettre adressée à G.W. Leibniz (1646-1716) en date du 6 janvier 1712 : "Il y a une loi dans la Nature, dites-vous, Monsieur, qui porte qu'il n'y a aucun passage *per saltum*. Je vous l'accorde dans un certain sens; mais quand vous dites, que cette loi ne permet pas qu'il n'y ait point de milieu entre le dur et le fluide, je n'y vois aucune nécessité. Si vous ne saviez pas par l'expérience, Monsieur, qu'un corps qui se meut avec tout autant de vitesse qu'il vous plaira peut demeurer en repos dès l'instant du choc, sans perdre peu à peu et par degrés son mouvement, ne diriez-vous pas par votre loy que cela est impossible?"<sup>9</sup>.

Descartes est également très prudent concernant l'accroissement continu de la vitesse lorsque les corps descendent et suggère, qu' "ordinairement", ils ne passent pas par tous les degrés de vitesse<sup>10</sup>. D'ailleurs en énonçant, dans la deuxième partie de ses Principes de la philosophie, ses lois du choc, dont la réforme va reposer entre autres, pour Leibniz, sur l'application de sa loi de continuité, Descartes se met précisément en contradiction avec les exigences de la continuité. Par l'expression de la première loi du choc, Descartes indique que "deux corps [...] exactement égaux et se (mouvant) d'égale vitesse en ligne droite l'un vers l'autre, lorsqu'ils viendraient à se rencontrer [...] rejailliraient tous deux également, et retourneraient chacun vers le côté d'où il serait venu, sans perdre rien de leur vitesse", mais, si l'on suppose maintenant avec Descartes, respectivement dans les deuxième et troisième lois, que l'un des corps est "tant soit peu plus grand" ou qu'il a "tant soit peu plus de vitesse", alors il n'y aura par la deuxième loi que le plus petit ou, par la troisième loi, que le plus lent qui rejaillira seul, de sorte que les corps iront après, dans un cas comme dans l'autre, tous les deux du même côté<sup>11</sup>. Une telle analyse est en parfaite contradiction avec l'idée même de continuité, comme le souligne par exemple Leibniz en 1691-

<sup>8</sup> Edme Mariotte, *Traité de la percussion ou chocq des corps*, Paris, 1673, avertissement placé à la fin de la proposition X, p. 247-249.

<sup>9</sup> *Die philosophischen Schriften von Leibniz*, Hrsg. von C.I. Gerhardt, Bd. 1-7, Berlin, 1875-1890, rééd. Hildesheim, 1960-1961, III, p. 531.

<sup>10</sup> *AT*, II, p. 399.

<sup>11</sup> *AT*, IX, paragraphes 46, 47, 48.



1692 dans ses *Animadversiones in partem generalem principiorum cartesianorum*<sup>12</sup>.

Le traitement "à la façon" galiléenne de l'évolution "sans sauts", "pauses" ou discontinuités du mouvement apparaît au XVII<sup>e</sup> siècle comme le résultat d'un choix théorique risqué mais décisif car, comme Galilée l'a parfaitement perçu, c'est la possibilité même de la géométrisation du mouvement qui est ici en jeu. Le traitement géométrique du mouvement requiert de dépasser par la construction rationnelle, mais avec les risques de l'infini, ce qui, chez Mariotte relève d'une sorte d'évidence expérimentale qui n'apprend rien.

### 1.2. Le "commencement" leibnizien

Alors qu'il ne développera son calcul différentiel et intégral qu'en 1676, Leibniz rédige en 1670 une *Théorie du mouvement abstrait* (*Theoria motus abstracti*)<sup>13</sup> qui a essentiellement pour objet d'édifier une théorie a priori ou purement rationnelle du mouvement. Ce travail s'inspire de certains résultats mathématiques de Cavalieri exposés dans son célèbre écrit intitulé *Geometria indivisibilibus* publié à Bologne en 1635.

Dans sa *Théorie du mouvement abstrait* Leibniz considère que le mouvement est un continu, c'est-à-dire qu'il est "nullement entrecoupé de petits repos", comme cela était parfois envisagé par les atomistes. Donc, en tant qu'il est continu, le mouvement, comme c'est d'ailleurs le propre de tout continu suivant Leibniz est, non seulement divisible à l'infini mais effectivement divisé, en ce sens qu' "il y a des parties données en acte dans le continu" et que "celles-ci sont infinies en acte". Cependant "il n'y a pas de minimum dans l'espace ou le temps", car un tel minimum "implique contradiction". En effet, dans ce cas, il y aurait autant de minima dans le tout que dans la partie puisque toute partie de même espèce que le tout est encore infiniment divisible. Leibniz échappe à cette contradiction en s'appuyant sur son interprétation de la méthode

<sup>12</sup> *Op. cit.*, note 9, IV, p. 350 et sq.

<sup>13</sup> G.W. Leibniz développe sa théorie du mouvement dans son *Hypothesis physica nova*, rédigé en 1670 et publié à Mayence en 1671. Cet écrit regroupe deux textes complémentaires intitulés respectivement : *Theoria motus concreti, seu hypothesis de rationibus phaenomenorum nostri orbis* et *Theoria motus abstracti seu rationes motuum universales, a sensu et phaenomenis independentes*; cet écrit a été réédité dans *Sämtliche Schriften und Briefe*, Akademie Verlag, Berlin, 1966, VI, II, p. 262 et sq., et dans *Leibnizens mathematische Schriften*, Hrsg. von C.I. Gerhardt, Bd. 1-7, Berlin, Halle, 1849-1863, rééd. Hildesheim, 1960-1961, VI, p. 17-80. Pour des raisons de commodité nous donnerons nos références dans ce dernier recueil (abréviation *GM*).

cavalierienne, méthode qu'il est conduit à envisager, plus préoccupé qu'il est ici sans doute par l'analyse du mouvement et des trajectoires que par les pures questions de géométrie, sous l'angle de la composition du continu. Il introduit donc son concept d'indivisible : "Des indivisibles ou inétendus sont donnés, sans quoi ni le commencement, ni la fin du mouvement et du corps ne sont concevables". Que dire, en effet, comme on l'a vu précédemment, du "commencement" que ce soit celui d'un corps, d'un espace, d'une durée ou d'un mouvement sans retomber dans les paradoxes de Zénon?

Pour Leibniz un tel commencement appartient à l'espace, au temps, au mouvement sans pour autant être lui-même divisible. Comme on l'a vu, la notion d'un commencement divisible est contradictoire. Il y a donc des indivisibles, constitutifs de l'espace, du temps et du mouvement, et cependant hétérogènes à ce qu'ils constituent. Ce faisant, Leibniz introduit alors les êtres mathématiques pour le moins surprenants que sont "le commencement du corps, de l'espace, du mouvement, du temps (à savoir le point, l'effort, l'instant)". C'est à Thomas Hobbes (1588-1679) que Leibniz emprunte en le transformant le concept d'effort pour en faire son indivisible de mouvement : "L'effort est au mouvement ce que le point est à l'espace, soit comme l'unité à l'infini, il est en effet le commencement et la fin du mouvement"<sup>14</sup>. Il existe donc un indivisible de mouvement, "l'effort", qui, d'un certain point de vue, bloque la régression à l'infini qui interdisait de penser le commencement ou la fin du mouvement.

Les tentatives pour penser mathématiquement l'engendrement du mouvement font immédiatement surgir l'infini; penser la continuité du mouvement, son commencement ou sa fin c'est faire entrer l'infini dans le monde, en en affirmant la présence. Dans cette perspective le projet de géométrisation retrouve, comme une conséquence inévitable et, non plus, sur le mode de la décision péremptoire, les thèses de Giordano Bruno présentées en particulier dans *De l'infinito, universo e mondi* publié à Londres en 1584 : "[...] d'autant que, s'il y a une raison pour qu'existe un bien fini, un parfait terminé, il y a incomparablement plus de raison pour qu'existe un bien infini : car tandis que le bien fini existe par convenance et raison, le bien infini existe par absolue nécessité"<sup>15</sup>.

---

<sup>14</sup> GM, VI, p. 67-68.

<sup>15</sup> Giordano Bruno, *Œuvres complètes*, IV, *De l'infini, de l'univers et des mondes*, texte établi par G. Aquilecchia, notes de Jean Seidengart, introduction de M.A. Granada, traduction de G.-P. Cavaillé, Les Belles lettres, 1995, p. 74.

Comment penser un infini réel et présent dans le monde alors que précisément le discours sur l'infini est réservé au créateur ou que le nom d'infini est réservé à Dieu seul?

## 2. L'infini impensable

La position de Pascal est, dans cette affaire, particulièrement éclairante. Car tout en affirmant la double infinité qui se rencontre dans toute chose, il souligne simultanément que cette double infinité ne peut être conçue par notre esprit et donc, finalement, que notre connaissance ne peut effectivement pénétrer pleinement dans la nature des choses : "Voilà l'admirable rapport que la nature a mis entre ces choses, et les merveilles infinies qu'elle a proposées aux hommes, non pas à concevoir mais à admirer"<sup>16</sup>.

Le monde est infini, traversé de toute part par l'infini, mais l'infini n'est pas de notre monde, en ce sens que nous ne pouvons ni le saisir, ni le concevoir, mais seulement le contempler. La construction d'un concept mathématique de l'infini qui soit également un mot du langage de la nature totalement compréhensible par la pensée humaine est donc hors de notre portée. Galilée ne manque pas non plus de le rappeler dans les *Discorsi* : "[...] nous traitons d'infinis et d'indivisibles inaccessibles à notre entendement fini"<sup>17</sup>, et Descartes s'appuie sur cette incompréhensibilité pour construire son opposition infini/indéfini qu'il formule avec soin dans la première partie des *Principes* : "26. Qu'il ne faut point tâcher de comprendre l'infini, mais seulement penser que tout ce en quoi nous ne trouvons aucunes bornes est indéfini. Ainsi nous ne nous embarrasserons jamais dans les disputes de l'infini; d'autant qu'il serait ridicule que nous, qui sommes finis, entreprissions d'en déterminer quelque chose, et par ce moyen le supposer fini en tâchant de le comprendre; c'est pourquoi nous ne nous soucierons pas de répondre à ceux qui demandent si la moitié d'une ligne infinie est infinie, et si le nombre infini est pair ou non pair, et autres choses semblables, à cause qu'il n'y a que ceux qui s'imaginent que leur esprit est infini qui semblent devoir examiner telles difficultés. Et, pour nous, en voyant des choses dans lesquelles, selon certains sens, nous ne remarquons point de limites, nous n'assurerons pas pour cela qu'elles soient infinies, mais nous les estimerons seulement indéfinies. [...] Et nous appellerons ces choses indéfinies plutôt qu'infinies, afin de réserver à Dieu seul le nom d'infini; tant à

---

<sup>16</sup> *Op. cit.*, note 2, p. 354.

<sup>17</sup> *Opere*, VIII, p. 73. *Discours*, p. 26.

cause que nous ne remarquons point de bornes en ses perfections, comme aussi à cause que nous sommes très assurés qu'il n'y en peut avoir. Pour ce qui est des autres choses, nous savons qu'elles ne sont pas ainsi absolument parfaites, parce qu'encore que nous y remarquons quelquefois des propriétés qui nous semblent n'avoir point de limites, nous ne laissons pas de connaître que cela procède du défaut de notre entendement, et non point de leur nature"<sup>18</sup>.

La finitude de la pensée humaine, confrontée à l'infinitude du créateur, interdit au processus de la connaissance de pouvoir s'accomplir complètement. Ce faisant le projet de géométrisation de la nature dans sa visée ontologique et fondatrice perd son sens : il est impossible de lire, tout en le comprenant, l'infini dans la nature, de pénétrer donc pleinement dans la nature des choses. Une déchirure de l'espace des savoirs s'accomplit; d'un côté donc la science du mouvement ou la cosmologie de Giordano Bruno avec l'appel insistant de l'infini, le retour incessant de la raison vers le concept d'infini et, de l'autre, la pensée impossible de l'infini, la mise en demeure adressée à l'entendement humain de rester dans les limites de sa finitude.

### 3. L'apaisement fontenellien ou l'inauguration du XVIII<sup>e</sup> siècle

Cette tension du travail de la pensée où viennent converger les discours de la science et de la métaphysique trouve un apaisement dans l'effort fontenellien pour dénouer les liens de la géométrie et de la transcendance. La rédaction de ses *Éléments de la géométrie de l'infini* marque définitivement un nouveau rapport de la pensée à l'infini, c'est-à-dire à la construction du monde.

Si ce nouveau rapport peut se constituer c'est aussi parce que l'algorithme du calcul différentiel et intégral inventé par G.W. Leibniz apparaît susceptible, par sa mise en œuvre, de ramener de difficiles problèmes conceptuels impliquant l'infini à des procédures bien réglées; il semble maintenant possible de tracer avec quelque assurance des chemins dans l'infini, d'en saisir certains contours, de penser l'impensable, de rendre raison de l'infini.

Je ne prendrai qu'un exemple, celui relatif à la science du mouvement, science qui, précisément, nous a occupé dans les pages précédentes et qui a tant préoccupé les esprits au XVII<sup>e</sup> siècle.

Leibniz introduit donc à l'occasion de la rédaction de deux brefs Mémoires publiés l'un dans le numéro d'octobre 1684 des *Acta Erudito-*

---

<sup>18</sup> AT, IX, première partie, paragraphe 26.

*rum* sous le titre “Nova methodus pro maximis et minimis, itemque tangentibus, quae nec fractas, nec irrationales quantitates moratur, et singulare pro illis calculi genus”<sup>19</sup> et l’autre dans le numéro de juin 1686 des mêmes *Acta Eruditorum* sous le titre : “De geometria recondita et analysi indivisibilium atque infinitorum”<sup>20</sup>, l’algorithme de son calcul qu’il appelle différentiel. La diffusion de ce nouveau calcul est lente et difficile. À partir des années 1690 les deux frères Jean et Jacques Bernoulli, en contact étroit, principalement épistolaire, avec Leibniz, vont s’attacher à appliquer les nouvelles méthodes leibniziennes aux sujets les plus divers, l’occasion leur en étant souvent fournie par un défi lancé par un représentant de l’Europe savante.

C’est ensuite, au cours de son séjour parisien, pendant l’hiver 1691-1692, que Jean Bernoulli initie, sous la forme de “leçons particulières” le marquis Guillaume de l’Hospital au calcul leibnizien. Ces leçons, portant à la fois sur le calcul différentiel et le calcul intégral, constitueront la base à partir de laquelle le Marquis de l’Hospital rédigera le premier traité ou manuel de calcul différentiel. Celui-ci sera publié à Paris à la fin du mois de juin 1696 sous le titre : *Analyse des infiniment petits pour l’intelligence des lignes courbes*. L’introduction des nouvelles méthodes se trouve ainsi grandement facilitée bien qu’elles suscitent, à l’Académie Royale des Sciences, jusqu’à la fin de la première décennie du XVIII<sup>e</sup> siècle, de vives polémiques.

Il n’en reste pas moins que Pierre Varignon (1654-1722), après avoir assimilé assez rapidement les principaux éléments du nouveau calcul, va s’attacher, dans les dernières années du XVII<sup>e</sup> siècle et les premières du XVIII<sup>e</sup>, à reprendre, dans le cadre des méthodes leibniziennes, l’étude du mouvement. Il construit ainsi l’algorithme de la cinématique, le premier algorithme appartenant au champ spécifique de la physique mathématique<sup>21</sup>.

Comment procède-t-il? D’abord en élaborant le concept de “vitesse dans chaque instant”. En 1698, dans un Mémoire conservé dans les “Registres manuscrits des séances de l’Académie Royale des Sciences”, Varignon suppose que la vitesse d’un corps peut être considérée comme uniforme pendant chaque instant de son mouvement. Puis, mettant en œuvre les démarches mathématiques décrites par le Mar-

<sup>19</sup> *Acta Eruditorum*, octobre 1684, p. 467-473, et *GM*, V, p. 220-226.

<sup>20</sup> *Acta Eruditorum*, juin 1686, p. 292-300, et *GM*, V, p. 226-233.

<sup>21</sup> Sur ces questions voir Michel Blay, *La naissance de la mécanique analytique. La science du mouvement au tournant des XVII<sup>e</sup> et XVIII<sup>e</sup> siècles*, Paris, PUF, 1992 et *Les raisons de l’infini. Du monde clos à l’Univers mathématique*, Paris, Gallimard, 1993.

quis de l'Hospital il parvient à l'expression de la vitesse dans chaque instant  $v = \frac{dx}{dt}$  où  $x$  représente l'espace parcouru et  $t$  le temps.

Deux ans plus tard, en 1700, partant du concept newtonien de force accélératrice tel qu'il est exprimé, non pas dans la loi II, mais dans le Lemme X de la section I du livre I des *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* de Newton (Londres 1687)<sup>22</sup>, Varignon parvient à l'expression de la "force accélératrice dans chaque instant"  $y = \frac{ddx}{dt^2}$  ou  $y = \frac{dv}{dt}$ .

C'est à l'issue de cette double construction qu'il aboutit à l'algorithme de la cinématique. En effet les deux formules qu'il vient d'établir indépendamment l'une de l'autre, celle de la vitesse dans chaque instant et celle de la force accélératrice dans chaque instant apparaissent comme pouvant se déduire l'une de l'autre par la simple mise en œuvre des méthodes du calcul différentiel et intégral. La théorie du mouvement varié se réduit donc à de simples recherches analytiques qui consisteront ou dans des différentiations ou dans des intégrations.

Les difficiles problèmes de la science du mouvement où l'infini semblait à chaque moment menacer les constructions conceptuelles semblent avoir disparu ou du moins n'apparaissent plus que dans le cadre d'un travail technique sur les fondements du calcul différentiel. L'infini semble donc être appréhendé à l'intérieur d'un ensemble de procédures formelles. Il devient donc possible de travailler sur l'infini, sur de l'infini, faire des mathématiques et de la physique sans que les enjeux de la métaphysique et de la transcendance y semblent directement impliqués.

C'est donc à Fontenelle que va revenir, comme nous l'indiquions précédemment, la tâche de dénouer clairement dans une démarche théorique les liens de la géométrie et de la transcendance, c'est-à-dire, de donner, d'un point de vue épistémologique, à la mathématique comme à la physique leur autonomie, de les ouvrir sur la modernité.

En décembre 1727, Fontenelle fait donc paraître à Paris un ouvrage qui lui tient profondément à cœur et auquel il a consacré près de trente années de travail : *Les Éléments de la géométrie de l'infini*<sup>23</sup>. Dans

<sup>22</sup> Pour une étude comparée du statut de la loi II et du lemme X, voir Michel Blay, *Les 'Principia' de Newton*, Paris, PUF, collection philosophies, 1995.

<sup>23</sup> Fontenelle, *Éléments de la géométrie de l'infini*, Paris 1727, réédition en fac-simile avec une introduction de Michel Blay et Alain Niderst, Paris, Klincksieck, 1995.

son édition originale, cet ouvrage in 4° de 548 pages en deux parties, sortie des presses de l'Imprimerie Royale, est présenté comme une "suite des Mémoires de l'Académie Royale des Sciences".

Le livre reçut de la part des contemporains un accueil très réservé. Ces derniers, au lieu de porter leur attention sur le projet intellectuel fontenellien, s'attachèrent seulement à souligner, souvent d'ailleurs à juste titre, les insuffisances mathématiques et les difficultés de la construction théorique. En adoptant une telle attitude, ils méconnaissaient le véritable enjeu du travail et de la réflexion du secrétaire perpétuel de l'Académie Royale des sciences.

La raison de cette incompréhension réside pour une grande part dans une méconnaissance du concept fontenellien de système géométrique, concept dont l'introduction donne tout son sens à la distinction essentielle pour Fontenelle entre infini géométrique et infini métaphysique. Fontenelle insiste sur l'importance de ce concept en donnant à la première partie de son ouvrage le titre de "Système général de l'infini". C'est, par ailleurs, principalement sur cette question qu'il attire dans sa correspondance, l'attention de ses lecteurs. Ainsi, dans sa lettre à Jean I Bernoulli en date du 22 avril 1725, il se "flatte" que son "assez gros ouvrage [...] soit une espèce de système, non pas métaphysique, mais géométrique, assez bien lié de tout ce que vous nous avez découvert sur cette grande matière. J'en crois l'ordre à peu près aussi exact qu'il puisse l'être, et le spectacle assez beau pour un esprit mathématicien, il a fallu, ne fut-ce que pour la liaison des pierres du bâtiment, que j'aie mêlé un grand nombre de pensées qui n'étaient qu'à moi, avec celles qui vous appartenaient [...]"<sup>24</sup>.

Fontenelle revient à de multiples reprises sur ces mêmes thèmes dans sa correspondance avec Jean I Bernoulli, mais aussi avec Jean-Pierre de Crousaz (1663-1750), s'Gravesande (1668-1742) et Boullier (1669-1759)<sup>25</sup>. À la lecture de ces différents textes, il apparaît clairement que, pour lui, ses *Éléments* se présentent comme un "système géométrique" doté d'une remarquable cohérence interne ("bien lié"), et faisant usage, entre autres, d'une hypothèse en forme de paradoxe présidant à l'introduction de ses étranges "finis indéterminables". Dans cette perspective, et c'est l'essentiel ici, l'existence des objets du système repose, en dernier ressort, sur cette cohérence interne. Elle est le garant de leur réalité, leur seul support ontologique. Fontenelle écrit d'ailleurs

<sup>24</sup> Öffentliche Bibliothek der Universität, Basel, ms. L1a 692.

<sup>25</sup> Sur ces correspondances, voir Michel Blay, "Du fondement du calcul différentiel au fondement de la science du mouvement dans les *Éléments* de la géométrie de l'infini de Fontenelle", *Studia leibnitiana*, 1989, p. 99-122.

dans la Préface de ses *Éléments* : “La géométrie est toute intellectuelle, indépendante de la description actuelle et de l’existence des Figures dont elle découvre les propriétés. Tout ce qu’elle conçoit nécessaire est réel de la réalité qu’elle suppose dans son objet. L’Infini qu’elle démontre est donc aussi réel que le Fini, & l’idée qu’elle en a n’est point plus que toutes les autres, une idée de supposition, qui ne soit que commode, & qui doive disparaître dès qu’on en a fait usage”<sup>26</sup>.

Cela étant, la distinction fontenellienne entre infini géométrique et infini métaphysique prend toute sa signification : “Nous avons naturellement une certaine idée de l’Infini, comme d’une grandeur sans bornes en tous sens, qui comprend tout, hors de laquelle il n’y a rien. On peut appeler cet Infini *Métaphysique* : mais l’Infini *Géométrique*, c’est-à-dire celui que la Géométrie considère, & dont elle a besoin dans ses recherches, est fort différent, c’est seulement une grandeur plus grande que toute grandeur finie, mais non pas plus grande que toute grandeur. Il est visible que cette définition permet qu’il y ait des Infinis plus petits ou plus grands que d’autres Infinis, & que celle de l’Infini Métaphysique ne le permettroit pas. On n’est donc pas en droit de tirer de l’Infini Métaphysique des objections contre le Géométrique, qui n’est comptable que de ce qu’il renferme dans son idée, & nullement de ce qui n’appartient qu’à l’autre”<sup>27</sup>.

L’infini géométrique, selon Fontenelle, apparaît donc, dans le cadre de sa conception du “système géométrique”, comme un concept mathématique qui, en tant que tel, est ontologiquement indépendant de l’infini métaphysique. Il ne relève que de la cohérence du système à l’intérieur duquel il se déploie. En conséquence, pour Fontenelle, aucune critique du concept d’infini géométrique s’appuyant sur celui, d’ailleurs pour lui assez flou, d’infini métaphysique, ne peut être d’une quelconque valeur. Par cette volonté de considérer le concept d’infini géométrique comme un concept spécifique dont le contenu doit être défini à l’intérieur du seul discours mathématique, Fontenelle annonce incontestablement (en dépit de certaines faiblesses mathématiques) les travaux de Cantor et de ses successeurs.

Fontenelle a dénoué les liens de l’infini avec la transcendance en offrant à la réflexion géométrique la possibilité de penser un infini ou plusieurs en dehors du discours spécifique consacré à Dieu. Une géométrie de l’infini est possible par delà les inquiétudes métaphysiques sous-jacentes à toute conceptualisation infinitiste au XVII<sup>e</sup> siècle. Notre modernité s’accomplit définitivement en faisant de l’infini un objet de tra-

<sup>26</sup> *Éléments de la géométrie de l’infini*, préface, p. 11.

<sup>27</sup> *ibid.*, p. 13.



vail et de réflexion, un objet à partir duquel il devient possible de penser, c'est-à-dire de construire un monde où le nom d'infini n'est plus réservé à Dieu seul.

CNRS, michel.blay@ens.fr